Zu der

öffentlichen Prüfung

der

Schüler des Elbingschen Gymnasiums,

welche

beim Schlusse der Lectionen

Mittwochs und Donnerstags den 23. und 24. September

in den Vormittagsstunden von 9 Uhr ab

in dem Saale des Gymnasiums

gehalten werden wird,

ladet ergebenst ein

J. G. MUND.

Elbing, 1829.
Gedruckt bei August Albrecht.

Schulnachrichten.

Lehrverfassung.

Erste Classe.

Classenlehrer: Professor Kelch.

1) Deutsche Sprache. 4 Stunden wöchentlich; wovon 3 St. schriftliche Aufsätze, mündliche Vorträge, besonders der eingereichten und zuvor besprochenen Dispositionen, Declamationsübungen. 1 St. Geschichte der deutschen Sprache und Literatur bis in den Zeitraum der Meistersänger. Dir. Mund. — 2) Lateinische Sprache. 8 St. wovon 2 St. Horatii Odar. L. II. Sermon. L. II. und Epist. L. I. ep. 1. 2. 3. Dir. Mund. 4 St. Cicero de officiis L. II. und de orat. L. I. Taciti annal. L. IV. und Terentii Hecyra. 2 St. Stylübungen, Beurtheilung der zuvor zu Hause corrigirten Aufsätze und Exercitien, Disputirübungen und Wiederholung einzelner Capitel der Grammatik. Prof. Kelch. — Privatlectüre: Cicero de offic. L. III, de amicitia, Philippica II, mehrere Bücher aus Justini historiae philippicae. Ausserdem haben die Schüler einzeln Verschiedenes zum Behuf ihrer stylistischen Ausarbeitungen gelesen. — 3) Griechische Sprache. 7 St. wovon 4 St. Sophoclis Trachiniae, Electra und einige 100 Verse von Oedipus rex, ingleichen ein Abschnitt in Homeri Ilias. Dir. Mund. 2 St. Platonis Meno, Crito, Alcibiades II. Thucyd. L. II. cap. 1 — 6. 47 — 64. 71 — 78. III, 20 — 24. 52 — 68. 1 St. Stylübungen und ausführlichere Erläuterung einzelner Theile der Grammatik. Prof. Merz. Privatlectüre, verbunden mit schriftlicher Uebersetzung und Interpretation:

Euripidis Alcestis. — 4) Hebräische Sprache. Erste Abtheilung. 2 St. Das erste Buch der Könige und Nahum. Stylübungen. Prof. Merz. — 5) Englische Sprache. 2 St. Die Wagnersche Grammatik ist durchgegangen, Gedike's Lesebuch grösstentheils und the Vicar of Wakefield bis zum 11ten Capitel gelesen worden. Sprech- und Stylübungen. Paterson. — 6) Religion. 2 St. mit der zweiten Classe combinirt. Einleitung in die biblischen Bücher des A. und N. T. und Religions-, besonders christliche Kirchengeschichte bis in die Mitte des elften Jahrhunderts; nach Niemeyer's Lehrbuch. Prof. Kelch. — 7) Geschichte und Geographie. 3 St. Die politische und Culturgeschichte des achtzehnten und neunzehnten Jahrhunderts bis auf die gegenwärtige Zeit; nach Remer's Lehrbuch der allgemeinen Geschichte. Wiederholung einiger Theile der alten Geschichte, ingleichen der Geographie des südlichen, östlichen und mitteln Asiens, so wie einiger Länder Europa's. Prof. Kelch. — 8) Mathematik. 4 St. Die Lehre von den Functionen und die Methode der unbestimmten Coefficienten. Analytische und algebraische Geometrie. Prof. Buchner. — 9) Naturwissenschaft. 2 St. Einleitung in die Naturlehre. Allgemeine Eigenschaften der Körper. Die einfachen oder unzerlegten Körper der heutigen Chemie. Die optischen Wissenschaften. Prof. Buchner.

Zweite Classe.

Classenlehrer: Professor Buchner.

1) Deutsche Sprache. 3 St. Schriftliche Aufsätze; freier Vortrag. Rhetorische Partition und Disposition. Declamationsübungen. Erklärung deutscher Classiker. Prof. Buchner. — 2) Lateinische Sprache. 8 St. wovon 2 St. Ciceronis oratt. pro Milone et pro lege Manilia. Dir. Mund. 4 St. Virgilii Aeneid. L. IX. Livii histor. L. X. 2 St. Stylübungen, Beurtheilung der vorher zu Hause corrigirten Aufsätze und Exercitien, Wiederholung einiger Capitel aus der Syntax, Prosodie, Uebungen in der Versification und im lateinischen Sprechen. Prof. Kelch. — 3) Griechische Sprache. 7 St. wovon 2 St. Homeri Iliad. L. III. IV. V. Dir. Mund. 2 St. Xenophontis Cyropaed. L. III — V, 4. Richter. 1 St. Xenophontis Memorab. L. I. Privatim: Homeri Odyss. L. III. IV. zum Theil schriftlich bearbeitet. 2 St. Stylübungen.

Wiederholung der Grammatik bis zur Lehre von den Casus, nach Buttmann. Prof. Merz. — 4) Hebräische Sprache. Zweite Abtheilung. 2 St. Leseübungen; Verba und Declinationen nach Gesenius; grammatische Interpretation einiger Stellen der Genesis. Scheibert. — 5) Religion. 2 St. mit der ersten Classe combinirt. — 6) Geschichte und Geographie. 3 St. Asiatische und Africanische Völkerkunde. Geschichte der Griechen und Macedonier. Wiederholung der neuern Geographie: Schweiz, Baden, Würtemberg, Baiern, Ungarn, England, Hannover, die Niederlande, Dänemark, Schweden, Norwegen und Russland. Prof. Merz. — 7) Mathematik. 5 St. Wiederholung der Geometrie und der Algebra. Ebene Trigonometrie mit vielfachen Uebungen. Anleitung zur geometrischen Analysis. Prof. Buchner. — 8) Naturwissenschaft. 2 St. Die Aerostatik, die Statik und die Mechanik. Prof. Buchner. — 9) Philosophische Propädeutik. 2 St. Lehre von dem Gefühl- und dem Begehrungsvermögen. Prof. Buchner.

Dritte Classe.

Classenlehrer: Prof. Merz.

1) Deutsche Sprache. 4 St. Schriftliche Aufsätze, nach zuvor mit den Schülern besprochenen Dispositionen, mündliche Vorträge, Uebungen im Erklären deutscher Classiker, Declamationsübungen, Grammatik. Richter. — 2) Lateinische Sprache. 8 St. wovon 2 St. Curtius de rebus gestis Alex. M. L. IV. Dir. Mund. 4 St. Jul. Caesaris de bello Gall. L. I. II. III. Ovidii Metamorphos. L. I. II. III. mit Auswahl. 2 St. Stylübungen. Grammatik nach Bröder, mit Benutzung von Zumpt. Prosodische und metrische Uebungen. Correctur der Versuche in freien lateinischen Ausarbeitungen. Prof Merz. — 3) Griechische Sprache. 4 St. Davon 2 St. Formenlehre nach Buttmann und Stylübungen, welche sich auf zuvor erklärte syntaktische Regeln bezogen. 2 St. Xenophontis Anabas. L. VII, 1 — 4. Homeri Odyss. L. X. Scheibert. — 4) Religion. 2 St. Lectüre und Erklärung der Briefe des Petrus und Johannes, der Briefe an Philemon, an Titus und Timotheus und des Briefes des Jacobus. Prof. Merz. — 5) Geschichte. Synchronistischer Vortrag der neuern Geschichte von der Völkerwanderung bis zur Reformation nach Bre-

dow's Tabellen. Prof. Buchner. — 6) Geographie. 2 St. Allgemeine Erdbeschreibung. Die aussereuropäischen Länder und Staaten. Nach Gaspari's Lehrbuche 2r Cursus. Pohl. — 7) Mathematik. 6 St. wovon 3 St. Planimetrie, meist nach Fischer. Uebungen in der geometrischen Analysis. 2 St. Arithmetik: Buchstabenrechnung, Rechnung mit Potenzen und Wurzeln, algebraische Gleichungen des ersten und zweiten Grades, nebst Anwendung der Algebra auf die Geometrie. 1 St. Praktisches Rechnen. Richter. — 8) Naturwissenschaft. 2 St. Im Winter, mit Benutzung der Mineraliensammlung, das Mineralreich. Kennzeichenlehre und Systemkunde, die Gebirgsarten und Versteinerungen, die salzigen Fossilien, die Metalle. Im Sommer das Pflanzenreich. Uebung der Kunstsprache und des Linneischen Classensystems an lebenden Gewächsen, die wichtigsten Pflanzenfamilien, einiges aus der Physiologie der Gewächse. Pohl. — 9) Zeichnen. 2 St. Horn. — 10) Kalligraphie. 2 St. Döring.

Vierte Classe.

Classenlehrer: Pohl.

1) Deutsche Sprache. 4 St. Schriftliche Aufsätze. Uebungen im mündlichen Vortrage, im orthophonischen Lesen und im Declamiren. Grammatik, insbesondre Satzlehre. Grammatische Analysen. Pohl. — 2) Lateinische Sprache. 8 St. wovon 2 St. Phaedri fabb. L. I. II. Prosodische Uebungen. Wiederholung der Grammatik. Prof. Merz. 3 St. Jacobs latein. Elementarbuch, S. 103 — 150. 71 — 84. Mehrere Stücke wurden memorirt. 3 St. Stylübungen und Grammatik nach Bröder und O. Schulz. Pohl. — 3) Griechische Sprache. 4 St. Formenlehre nach Buttmann bis an die Verba in μι; Jacobs griechisches Lesebuch 1r und 2r Cursus, parallel den Fortschritten in der Grammatik. Schriftliche Uebersetzungen aus dem Deutschen, verbunden mit Einübung der Accente. Richter. — 4) Religion. 2 St. Wiederholung der Einleitung in die biblischen Bücher. Die christliche Gaubenslehre, nach Ziegenbeins Katechismus, §. 19 — 64. Prof. Kelch. — 5) Geschichte. 2 St. Allgemeine Geschichte nach Bredow's erster Tabelle. Sahme. — 6) Geographie. 2 St. Allgemeine Geographie. Europa. Nach Gaspari's Lehrbuche 2r Cursus. Sahme. — 7) Mathematik. 6 St. wovon 2 St. Geometrie, bis zur Aehnlichkeit der Dreiecke, grösstentheils nach Fischer, verbunden mit Lö-

sung vieler Aufgaben. 2 St. Arithmetik: Decimalbrüche, Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzel, Buchstabenrechnung, die Lehre von den Proportionen. 2 St. Praktisches Rechnen: einfache und zusammengesetzte Regeldetri, nach Ohm. Uebungen im Kopfrechnen. SCHEIBERT. — 8) Naturwissenschaft. 2 St. Das Thierreich. Allgemeine Naturgeschichte desselben: Terminologie, Classification und Nomenclatur, die Lebenserscheinungen. Besondere Naturgeschichte: die wichtigsten Naturgegenstände der einzelnen Classen und Ordnungen. POHL. — 9) Zeichnen. 2 St. HORN. — 10) Kalligraphie. 2 St. DOERING.

Fünfte Classe.

Classenlehrer: SAHME.

1) Deutsche Sprache. 6 St. Grammatik, orthographische, Styl- und Leseübungen, schriftliche Aufsätze, mündlicher Vortrag, Declamationsübungen. SAHME. — 2) Lateinische Sprache. 6 St. wovon 3 St. Formenlehre, nach Bröder's kleiner Grammatik, und Stylübungen. 3 St. Lectüre: 104 Paragraphen aus den Bröderschen Lectionen. Memoriren leichter Erzählungen und Gespräche. SAHME. — 3) Religion. 2 St. Kurze Einleitung in die biblischen Schriften. Die biblischen Geschichten des N. und A. T., letztere bis auf die Abrahamiten in Aegypten. Erklärung auswendig gelernter Kernsprüche. Prof. KELCH. — 4) Geschichte. 2 St. Kurze Uebersicht der allgemeinen Geschichte. Die Geschichte Preussens bis auf dessen Vereinigung mit der Mark Brandenburg ausführlicher; die folgenden Begebenheiten im Abrisse. POHL. — 5) Geographie. 2 St. Die Erde im Allgemeinen. Die fünf Erdtheile. Nach Gaspari's Lehrbuche 1r Cursus. POHL. — 6) Arithmetik. 4 St. Die Rechnung mit gemeinen und zehntheiligen Brüchen. Uebungen im Kopfrechnen. SCHEIBERT. — 7) Naturwissenschaft. 2 St. Kurze Uebersicht der Naturkörper und der verschiedenen Arten von Naturerscheinungen. Das wichtigste aus der Lehre von dem Wärmestoffe, dem Wasser, den Gasen und der gemeinen Luft, dem Schalle, dem Lichte, der Electricität und den Lufterscheinungen. POHL. — 8) Zeichnen. 4 S. HORN. — 9) Kalligraphie. 4 St. SCHNELLENBACH.

Sechste Classe.

Classenlehrer: Richter.

1) Deutsche Sprache. 6 St. Davon 2 St. Grammatik nach Krause's Lehrbuche 3r Th. 2 St. Orthographische und stylistische Uebungen. 2 St. Lese- und Declamationsübungen. Scheibert. — 2) Lateinische Sprache. 6 St. Formenlehre bis zu den irregulären Zeitwörtern, nach Bröder's kleiner Grammatik. Memoriren von Vocabeln mit Benutzung zu kleinen Formeln. Uebersetzungen aus Gerstner's Handbuche. Richter. — 3) Religion. 2 St. Es wurden biblische, nachher zum Memoriren aufgegebene Sprüche katechetisch erklärt und daran Entwickelungen moralischer und religiöser Begriffe geknüpft. Scheibert. — 4) Geschichte. Im Winterhalbjahre. 2 St. Geschichte der preussischen Könige. Richter. — 5) Geographie. 2 St. Allgemeine geographische Begriffe. Die Staaten von Europa. Deutschland und besonders Preussen specieller. Sahme. — 6) Arithmetik. 4 St. Schreiben und Aussprechen der Zahlen. Behandlung verschiedener regelmässigen Zahlsysteme. Die vier Species in unbenannten, benannten, auch leichten gebrochenen Zahlen. Verhältnissrechnung. Kopfrechnen. Sahme. — 7) Naturgeschichte. Im Sommerhalbjahre. 2 St. Uebungen in genauer Betrachtung und Beschreibung einheimischer Gewächse. Kenntniss der Linneischen Classen und Anfangsgründe der Terminologie. Richter. — 8) Zeichnen. 4 St. Horn. — 9) Kalligraphie. 4 St. Hier, wie in allen Classen, nach Heinrigsschen Vorschriften. 2 St. Schnellenbach. 2 St. Doering.

Ausserordentliche Lectionen.

1) Englische Sprache. 3 St. Die mehr vorgeschrittenen Schüler haben Sheridan's School for Scandal, 2 Aufzüge von Shakespear's Macbeth und High Life below Stairs gelesen; die übrigen Gedike's Lesebuch grösstentheils und 8 Capitel in the Vicar of Wakefield. Sprech- und Stylübungen. Paterson.

2) Französische Sprache. Derselbe.

Erste Abtheilung. 3 St. Von Voltaire's Henriade sind die ersten 7 Gesänge gelesen und zum grössten Theile wiederholt worden. 1 St. wöchentlich wurde Sprech- und Stylübungen gewidmet.

Zweite Abtheilung. Fenelon's Telemaque ist vom Anfange des 16ten bis zur Mitte des 24ten Buches gelesen und die vier ersten Bücher sind wiederholt worden. Wöchentlich 1 St. Stylübungen.

Dritte Abtheilung. Hecker's Grammatik ist durchgegangen und eingeübt und in dessen Lesebuch sind die ersten 54 Seiten gelesen worden. Wöchentliche Stylübungen nach Anleitung der Heckerschen Chrestomathie.

Die gemischte Abtheilung der Schüler, die nicht Griechisch lernen, ist in 4 St. nach Massgabe ihrer verschiedenen Fortschritte mit Lectüre und Stylübungen beschäftigt worden.

3) Gesang. Doering.

Dritte Abtheilung. 2 St. Notenkenntniss. Uebung der Tonleiter, leichter Intervalle und kleiner Elementar-Gesänge.

Zweite Abtheilung. 2 St. Die gebräuchlichsten Tonarten. Uebung grösserer Gesänge, besonders solcher, in denen erhöhte und erniedrigte Töne vorkommen.

Erste Abtheilung. 2 St. Uebung im Transponiren und Notiren. Aufstellung sämmtlicher Intervalle, und Versuche im Treffen chromatischer Fortschreitungen. Die wesentlichsten Accorde und Benennung derselben in verschiedenen Tonarten.

Ausserdem bilden die am meisten vorgeschrittenen Schüler einen abgesonderten Gesang-Chor. Mit demselben wurden in 2 St. wöchentlich mehrere grössere vierstimmige Gesänge aus Cantaten und Oratorien, namentlich aus der Glocke von Romberg und aus der Schöpfung von Haydn eingeübt.

Verfügungen.

1. Die Verfügung des K. Provinzial-Schulcollegiums vom 5. October v. J. verstattet, „dass bei dem hiesigen Gymnasium, da es in seinen vier untern Classen zugleich die Stelle einer höhern Bürgerschule vertritt, hinsichtlich der durch das Ministerial-Rescript vom 25. März v. J. erlassenen Verordnung,

(Programm von 1828. Verfügungen. No. 20.) die unfleissigen und unfähigen Schüler aus der Schule zu entfernen, für die Söhne hiesiger Eltern die Modification eintreten darf, dass, wenn dieselben wegen Mangel an Fleiss oder an Fähigkeiten keine Fortschritte machen, ihren Angehörigen bloss der Rath ertheilt werden soll, sie nicht studiren zu lassen."

2. Die Verfügung derselben Behörde vom 2. November v. J. setzt die Zahl der an dieselbe einzusendenden Programme auf 160 Exemplare fest.

3. Die Verfügung derselben Behörde vom 7. Februar d. J. theilt die von derselben erlassene Instruction über den Unterricht in der griechischen Sprache mit.

4. Dieselbe Behörde fordert in der Verfügung vom 19. März d. J. auf Veranlassung eines von dem hiesigen Wohllöblichen Magistrate diesfalls an dieselbe gemachten Antrags mich auf, mich darüber zu erklären, „ob und in wiefern die Verbindung einer höhern Bürgerschule mit dem hiesigen Gymnasium zweckmässig sein dürfte," und verbindet damit den Auftrag, „vorläufig einen Einrichtungs- und Lectionsplan für diese zu errichtende Anstalt mit Rücksicht auf die in den Gymnasialclassen zu benutzenden Lectionen zu entwerfen und über die Zahl der neu anzustellenden Lehrer ein Gutachten beizufügen."

5. Die Verfügung derselben Behörde vom 28. April d. J. stellt die Fragen zur Beantwortung auf, „ob die zur Universität abgehenden Schüler in der That alle oder doch die meisten Kenntnisse, welche sie in der Zeit ihres Schulbesuchs sich haben aneignen sollen und wirklich einmal schon während derselben besessen haben, als ihr sicheres Eigenthum besitzen? und ob sie durch den genossenen langen Unterricht befähigt worden sind, in ihren künftigen Verhältnissen den Forderungen des Lebens in dem Masse zu genügen, wie es sich erwarten lässt und die Nothwendigkeit es erheischt?"

6. Die Verfügung derselben Behörde vom 26. Junius d. J. trägt auf Veranlassung eines Ministerial-Rescripts vom 16. dess. Monats den Directoren auf, die Schüler vor dem Ankauf von Nachdruck-Ausgaben deutscher Schriftsteller, die zu unerhört wohlfeilen Preisen ausgeboten werden, auf eine belehrende Weise zu warnen.

7. Die Verfügung derselben Behörde vom 20. Julius d. J. theilt in Folge einer Verordnung des K. Ministeriums vom 4. dess. M. einen demselben eingereichten Plan mit, „die Gymnasial-Bibliotheken in den Provinzialstädten im historischen Fache ohne Kosten“ — nämlich durch Einrichtung von Lesezirkeln — “ zu erweitern.“

8. Die Verfügung derselben Behörde vom 10. August d. J. theilt die auch durch die Amtsblätter zur allgemeinen Kenntniss gebrachten, von jetzt ab auf der Universität zu Königsberg in Betreff des Anfangs der Vorlesungen und des Zutritts zu denselben geltenden Bestimmungen mit.

Chronik.

Das abgelaufene Schuljahr, welches am 13. October v. J. auf die gewöhnliche, in den frühern Programmen angegebene Weise von dem Director eröffnet wurde, hat keine wesentlichen Veränderungen in den innern und äussern Verhältnissen des Gymnasiums herbeigeführt. Der Unterricht wurde zwar dann und wann in seinem regelmässigen Gange durch kleine Unpässlichkeiten einzelner Lehrer gestört. Diese waren jedoch nicht von langer Dauer, und die durch sie herbeigeführten Lücken konnten leicht durch die Vertretung der übrigen Lehrer ausgefüllt werden. Auch der Gesundheitszustand der Schüler hat sich, gegen den des vorigen Jahres gehalten, im Ganzen sehr gebessert.

Statistik.

Die Gesammtzahl der Schüler betrug bei dem Schlusse des vorigen Schuljahres 228. In dem jetzt ablaufenden sind 51 in die Schule aufgenommen und 42 sind entlassen worden. In der Zahl der letztern sind 3 begriffen, welche zu Michaelis v. J. aus der ersten Unterrichtsabtheilung zur Universität übergingen. Jetzt beträgt die Zahl der Schüler 237, wovon 7 in der ersten, 21 in

der zweiten, 36 in der dritten, 49 in der vierten, 60 in der fünften und 64 in der sechsten Unterrichtsabtheilung sitzen; und es befinden sich darunter 71 Auswärtige. Die Döringsche Privat-Vorbereitungsschule zählt jetzt 72 Knaben, von denen jedoch bei dem Wiederanfange des Unterrichts eine bedeutende Anzahl in das Gymnasium wird aufgenommen werden können.

Zu Ostern d. J. gingen aus der ersten Unterrichtsabtheilung zur Universität mit dem Zeugnisse No. II. ab:

1) *August Wilhelm Schwarz*, 21¾ Jahr alt, und

2) *Carl Julius August von Vangerow*, 19¾ Jahr alt;
beide aus Elbing. Der erste bezog die Universität Königsberg, um Theologie zu studiren; der zweite ging nach Breslau und widmet sich der Rechtswissenschaft.

Jetzt werden nach dem Schlusse des Examens folgende Schüler zur Universität entlassen werden:

1) *Ernst Gustav Schulz*, 18¼ Jahr alt, aus Hirschfeld bei Preuss. Holland, mit dem Zeugnisse No. II. mit vorzüglicher Auszeichnung;

2) *Julius Albert Joseph Hauschteck*, 20 Jahr alt, aus Elbing, mit dem Zeugnisse No. II. mit einiger Auszeichnung;

3) *Gustav Neumann*, 18 Jahr alt, aus Elbing, mit dem Zeugnisse No. II. mit einiger Auszeichnung; und

4) *Ludwig Otto Lederer*, 20½ Jahr alt, aus Marienburg, mit dem Zeugnisse No. II.

Schulz und *Lederer* werden nach Königsberg gehen; der erste wird Theologie, der zweite Medicin studiren. *Hauschteck* wird sich in Berlin den kameralistischen Wissenschaften und *Neumann* in Halle der Jurisprudenz widmen.

Von 7 aus der zweiten Classe entlassenen Schülern sind 5 in das bürgerliche Leben getreten; einer ist in ein anderes Gymnasium übergegangen; von dem siebenten ist uns unbekannt geblieben, was er ferner begonnen hat.

Ausser dem Zuwachse, welchen die Bibliothek des Gymnasiums durch Anschaffung mehrer, zum Theil bedeutender Werke sowohl aus dem Gymnasialfonds als für Rechnung der Kämmereikasse erhalten hat, verdankt sie der Freigebigkeit eines hohen Ministeriums der geistlichen, Unterrichts- und Medicinalangelegenheiten das 7te Heft von Osann Sylloge inscriptionum antiquarum, den 3ten Band der Geschichte der Staatsveränderung in Frankreich unter Ludwig XIV, die beiden ersten Bände des encyclopädischen Wörterbuchs der medicinischen Wissenschaften, herausgegeben von den Professoren der medicinischen Facultät zu Berlin, die erste Sammlung von Mühlings zweistimmigen Kinderliedern, den Catalogue raisonné et historique des antiquités découvertes en Egypte par J. Passalacqua à Paris 1826, den ersten Band von Schölls Geschichte der griechischen Literatur aus dem Französischen übersetzt von Schwarz Berlin 1828, und von Crells Journal für Mathematik des 3ten Bandes 3tes und 4tes und des 4ten Bandes 1stes bis 4tes Heft. — Der Wohllöbliche Magistrat bereicherte sie mit einer Handschrift auf Pergament, wahrscheinlich aus dem Anfange des funfzehnten Jahrhunderts, welche auf der ersten Seite die Ueberschrift hat: lilium medicinae. — Der Herr Professor Poselger in Berlin, Mitglied der Königlichen Academie der Wissenschaften, sandte ihr Boeckhii inscriptionum graecarum fascic. 3 zu; der Königliche Landrath Herr Abramowski hieselbst den 3ten Band von Voigts Geschichte Preussens; der Herr Professor Albrecht in Königsberg seine Schrift: Die Gewere als Grundlage des ältesten deutschen Sachenrechts dargestellt. Königsberg 1828; der Herr Professor Phillips in Berlin seine: Grundsätze des gemeinen deutschen Privatrechts 2 Bände. Berlin 1829; und Herr Dr. H. E. Foss seine: Commentatio de Gorgia Leontino. Hal. Sax. 1828. Von einem unserer Mitarbeiter erhielt sie: Der Erziehungs- und Schulrath, 1stes bis 20stes Heft. Berlin 1815 — 1820. Zwei Lesecirkel endlich haben ihr abermals die in denselben gelesenen, meist die Zeitgeschichte betreffenden Schriften und gelehrten Blätter zukommen lassen.

Die diesjährige Prüfung

der Schüler, zu welcher ich hiemit Einen Wohllöblichen Magistrat, die Herrn Stadtverordneten, die geehrten Mitglieder sämtlicher Königlichen und städtischen Behörden hieselbst, die achtbaren Bürger unserer Stadt und insonderheit die Eltern der Schüler, überhaupt aber alle Freunde des öffentlichen Schulunterrichts ergebenst einlade, wird Mittwoch und Donnerstag den 23. und 24. d. M. in den Vormittagsstunden von 9 Uhr ab nach folgender Anordnung gehalten werden.

M i t t w o c h.

Choralgesang.

Sechste Classe. Deutsch. SCHEIBERT.

Der Schüler der zweiten Classe C. L. Kroszewski spricht in einer Rede über *die Anklagen, welche gegen die heutige Jugend erhoben werden.*

Vierte Classe. Latein. POHL. Geographie. SAHME.

F. W. Th. S. von Collas declamirt: Moses und der Todte, und

J. J. Greiff: der Löwe, von Fr. Kind.

Gesangunterricht. Erste Abtheilung. DÖRING.

L. F. W. A. von Dessauniers declamirt: die Einquartirung, von H. Döring.

Der Schüler der ersten Classe R. F. Jansson handelt in einer lateinischen Rede *de Caesaris Augusti laudibus.*

Pause.

A. W. Alberti declamirt: Otto mit dem hölzernen Beine, von E. Heinel.

Zweite Classe. Griechisch. Prof. MERZ. Mathematik. Prof. BUCHNER.

J. R. Romahn declamirt: Harras, der kühne Springer, von Th. Körner.

Französische Sprache. Dritte Abtheilung. PATERSON.

Der Schüler der zweiten Classe N. Reiss versucht in einer Rede den *Werth* auseinander zu setzen, *den das Königreich Preussen für den preussischen Staat hat.*

Erste Classe. Latein. Prof. KELCH.

L. Q. A. Ohlert declamirt: der Abt, von Nostiz u. Jänkendorf.

Chor, von Homilius.

Donnerstag.

Morgengesang, von Klage.

F. A. Hinz declamirt: Paul Gerhard, von Schmidt.

Erste Classe. Religion. Prof. KELCH.

R. F. Wegmann declamirt: der verhöhnte preussische Barde, von E. Heinel.

Fünfte Classe. Naturwissenschaft. POHL. Deutsch. SAHME.

H. Hahn declamirt: der Peter in der Fremde, von Eberhard.

Dritte Classe. Latein. Prof. MERZ. Geschichte. Prof. BUCHNER.

Der Schüler der zweiten Classe G. H. F. Nesselmann beantwortet in einer Rede die Frage: *Wie können Reiselust und Liebe zur Heimath gleichmässig in dem Herzen des Menschen Statt finden?*

Sechste Classe. Naturwissenschaft. RICHTER.

H. Ph. Blanck declamirt: Crösus auf dem Scheiterhaufen, von Bürde.

Choralgesang.

Die schriftlichen Prüfungsarbeiten der Schüler werden am ersten Tage in dem Versammlungssaale zu Jedermanns Ansicht vorliegen, die Probezeichnungen aber an beiden Tagen zur Ersparung des Raumes nicht in dem Saale, sondern in dem Zeichenzimmer aufgestellt werden.

Nach Beendigung der Prüfung werde ich die zur Universität abgehenden Schüler mit einer kurzen Anrede entlassen. Dann wird E. G. Schultz einige *Betrachtungen* anstellen, *welche den Jüngling die Trennung von der Schule und seinen bisherigen Umgebungen weniger schmerzlich empfinden lassen*, und in seinem und der andern Abgehenden Namen von der Schule Abschied nehmen; worauf A. Phillips noch in einer Rede über *die Vorzüge der Schulbildung vor dem Privatunterricht* sprechen und sich und seine Mitschüler dem Andenken seiner scheidenden Freunde empfehlen wird. Den Schluss wird ein Chor von Rink machen.

Das Schuljahr wird den 25. d., wie gewöhnlich, mit der Censur und Translocation der Schüler beschlossen werden.

Montag den 12. October nimmt der Unterricht wieder seinen Anfang. Für die Prüfung der alsdann neu aufzunehmenden Schüler habe ich in der Woche zuvor den Dienstag, Mittwoch und Donnerstag, den 6. 7. und 8. October, und zwar den Dienstag und Mittwoch für Einheimische, den Donnerstag für Auswärtige bestimmt; und ich ersuche die geehrten Eltern, mir nur an diesen Tagen in den Vormittagsstunden von 9 Uhr ab ihre Söhne vorstellen zu wollen. Fertiges Lesen, namentlich auch der lateinischen Schrift, einige Geläufigkeit im Schreiben und in der richtigen Anwendung der wesentlichsten Regeln der deutschen Orthographie, Bekanntschaft mit den Classen der Wörter und mit dem Decimalsysteme sind unerlassliche Bedingungen der Aufnahme in die unterste Classe des Gymnasiums. Knaben, die diesen Forderungen noch nicht genügen, bitte ich mir nicht erst zuzuführen, da es hier am Orte nicht mehr an Anstalten fehlt, in welchen sie für einen fruchtbaren Besuch des Gymnasialunterrichts hinlänglich vorbereitet werden können.

Der Text zu den Gesängen, welche an den beiden Prüfungstagen vorkommen werden, wird bei dem Eingange in den Saal gegen eine beliebige Gabe zu haben sein.

UEBERSICHT

UEBERSICHT

der statistischen Verhältnisse des Gymnasiums im Schuljahre 1828/9.

1. LEHRER.

MUND, Director.
KELCH, K. Professor.
BUCHNER, K. Professor.
MEKZ, K. Professor.
POHL, ord. Lehrer.
SAHME, ord. Lehrer.
RICHTER, ord. Lehrer.
SCHEIBERT, ord. Lehrer
HORN, Zeichenlehrer.
PATERSON, Lehrer der franz. u. engl. Sprache.
DÖRING, Gesang- und Schreibelehrer.
SCHNEILLENBACH, Schreibelehrer.

2. ALLGEMEINER LEHRPLAN.

Unterrichtsgegenstände.	Die einzelnen Schüler haben Unterrichtsstunden gehabt in							Die Lehrer haben unterrichtet in Stunden
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Summe	
1) *in den ordentlichen Lehrstunden.*								
Deutsch.	3	3	4	4	6	6	26	26
Lateinisch.	8	8	8	8	6	6	44	44
Griechisch.	7	7	4	4	—	—	22	22
(Nichtgriechen. Französisch.)	—	—	4 ⌣	4	—	—		4
Englisch.	2	—	—	—	—	—	2	2
Religion.	2 ⌣	2	2	2	2	2	12	10
Phil. Propädeutik.	—	2	—	—	—	—	2	2
Gesch. d. deutsch. Spr. — Allgem. Grammatik.	1	—	—	—	—	—	1	1
Mathematik.	4	5	6	6	4	4	29	29
Naturkunde.	2	2	2	2	2	2)	12	12
Geschichte.	3)	2	2	2	2		12	12
Geographie.		1	2	2	2	2	8	8
Kalligraphie.	—	—	2	2	4	4	12	12
Zeichnen.	—	—	2	2	4	4	12	12
Summe	32	32	34	34	32	30	194	196
2) *in ausserordentlichen Lehrstunden, an denen nicht alle Schüler Theil nehmen.*								
Hebräisch.	2	2	—	—	—	—		4
Englisch.	2 ⌣	2 ⌣	2	—	—	—		3
Französisch.								
1te Abtheil.	3 ⌣	3 ⌣	3 ⌣	3	—	—		3
2te Abtheil.	3 ⌣	3 ⌣	3 ⌣	3	—	—		3
3te Abtheil.	3 ⌣	3 ⌣	3 ⌣	3	—	—		3
Gesang.	2 ⌣	2	2	2 ⌣	2	2		8
							Summe	24

3. VERHÄLTNISSE

der Schüler überhaupt.

In	waren	wurden aufgenommen: durch Aufnahme in die Schule	wurden aufgenommen: durch Versetzung	wurden aufgenommen: Summe	wurden entlassen: durch Abgang von der Schule	wurden entlassen: durch Versetzung	wurden entlassen: Summe	sind jetzt
I.	9	—	3	3	5	—	5	7
II.	15	1	15	16	7	3	10	21
III.	29	2	26	28	6	15	21	36
IV.	49	5	31	36	10	26	36	49
V.	57	8	36	44	10	31	41	60
VI.	69	35	—	35	4	36	40	64
Summe	228	51	111	162	42	111	153	237

der zur Universisät Abgegangenen.

Nummer des Zeugnisses.	Zahl.	Zeit des Abgangs von der Schule.	Zahl.	Universitätsort.	Zahl.	Gegenstand des Studiums.	Zahl.
No. I.	1	Zu Michaelis v. J.	3	Königsberg	4	Theologie	2
No. II.	4					Jurisprudenz	2
No. III.	—			Breslau	1	Philologie	1
		Zu Ostern	2				
Summe	5		5		5		5

Bemerkung. Das Zeichen ◡ deutet Combinationen an, das Zeichen } Gleichzeitigkeit des Unterrichts, das Zeichen), dass zwei Gegenstände mit einander verbunden oder halbjährig wechselnd vorgetragen werden.

Die ausserordentlichen Lehrstunden werden nicht von allen Schülern derjenigen Klassen besucht, welche daran Theil nehmen dürfen. Zu dem Unterrichte im Hebräischen sind vorschriftsmässig nur Schüler der zwei obern, zu dem Unterrichte im Englischen in der Regel nur Schüler der drei obern, und zu dem Unterrichte im Französischen nur Schüler der vier obern Classen zugelassen worden. Auch diess wird durch das Zeichen ◡ angedeutet.

BEITRAG

ZUR METHODE DES UNTERRICHTS

IN DER

GEOMETRISCHEN ANALYSIS

VON

F. BUCHNER.
K. P.

ELBING, 1829.
GEDRUCKT BEI AUGUST ALBRECHT.

Eure Uhr steht so lange, als ihr sie aufzieht; und ihr zieht Kinder ewig auf und lasst sie nicht gehen.

J. P. F. Richter Levana I, §. 62.

I. Ueber den Unterricht in der geometrischen Analysis.

Dass die Geometrie, wie sie uns in den unsterblichen Werken der grossen griechischen Mathematiker überliefert worden ist, eins der bewunderungswürdigsten Erzeugnisse des menschlichen Verstandes sei, an welchem Jahrtausende nur wenige Verbesserungen und Zusätze anzubringen vermochten; dass in ihr die Grundlage aller mathematischen Bildung und zugleich ein sehr wichtiges Beförderungsmittel der allgemeinen Verstandesbildung liege; dass sie dieserhalb auf allen höheren und mittlen Schulen treu und fleissig gelehrt und geübt werden müsse; dass sie endlich vor aller Vermischung mit den neueren Methoden sorgfältig zu bewahren und als selbständige Wissenschaft rein zu erhalten sei — dies sind Behauptungen, welche in unsern Zeiten die allgemeine Anerkennung sich errungen haben und daher hier weder bewiesen, noch weiter ausgeführt werden dürfen. Es gab indessen eine Zeit, wo der eigenthümliche Werth dieser edeln Wissenschaft verkannt wurde. Durch die grossen Entdeckungen der Mathematiker des 17ten Jahrhunderts, denen Leibnitz und Newton im Anfange des 18ten die Krone aufsetzten und welche ihre Schüler und Nachfolger bis zu unsern Tagen immer weiter ausbildeten und fast gränzenlos erweiterten, wurde die Rechnung zu einem solchen Grade der Vollkommenheit gebracht, dass man in jedem gegebeuen Falle der construirenden Methode gänzlich entbehren konnte, weil jene alles weit kürzer, allgemeiner und genauer leistete. Darum gewöhnten sich die Mathematiker, sonderlich in Frankreich und Deutschland, die alte Geometrie verächtlich anzublicken und sie als ein unvollkommnes Ueberbleibsel der Vorzeit zu behandeln und zu betrachten. Nur in England und Schottland, wo nach der unveränderlichen Verfassung der dortigen

Schulen sie fortwährend getrieben werden musste, erhielt sie sich ihre Anhänger und dieserhalb finden wir im 18ten Jahrhunderte in diesen Ländern einige ganz vorzügliche Beförderer und Erweiterer der alten Geometrie, wie Edmund Halley, Robert Simson, Thomas Simpson u. a., während die Mathematiker des festen Landes, nur mit der Rechnung beschäftigt, jene Wissenschaft so sehr vernachlässigten, dass die Beweise ihrer Unkenntniss in ihren Schriften nicht selten sehr deutlich am Tage liegen. Aus dieser langen Vernachlässigung ist der Nachtheil entstanden, dass eine seltsame Verwirrung sich in die Benennungen mathematischer Methoden und Lehren eingeschlichen hat. Da nämlich die neueren Mathematiker sich bei der Lösung der Aufgaben ausschliesslich nur der rechnenden Analysis bedienten, so gewöhnten sie sich bald nur die Rechnung mit dem Namen der Analysis zu belegen und vergassen, dass ein Haupttheil der alten construirenden Geometrie schon seit den ältesten Zeiten diesen Namen getragen hatte. Weil man aber doch zuweilen unterscheiden musste, so gab man der alten Lehre und Methode die Benennung der Synthesis. Dieser Sprachgebrauch aber ist im höchsten Grade unrichtig und verwirrend und geziemt am wenigsten derjenigen Wissenschaft, welche auf die Schärfe ihrer Begriffe und auf die Bestimmtheit ihrer Kunstsprache mit Recht einen so grossen Werth legt. Beide Methoden, sowohl die construirende, als die rechnende haben ihre Analysis und ihre Synthesis und vielleicht wird einst auch die Algebra synthetisch vorgetragen werden, wenn sie erst ihren Euclides wird gefunden haben. Jener falsche Gebrauch des Wortes Analysis ist aber bereits zu weit verbreitet, als dass seine Abstellung zu hoffen wäre, man hat also in den neuesten Zeiten dem Uebel dadurch abzuhelfen gesucht, dass man die alte Methode durch den Zusatz geometrisch auszeichnet, wodurch die Ausdrücke Geometrische Analysis und Geometrische Synthesis ihre feste Bedeutung erhalten und die ganz tadelhaften Benennungen, wonach analytisch für rechnend, synthetisch für construirend galten, allmählich verdrängen werden.*)

In unsern Tagen darf sich die alte Geometrie von neuem einer grossen Anerkennung, sonderlich unter den deutschen Mathematikern erfreuen. Wäh-

*) Nähere Auseinandersetzung dieser Ausdrücke und Methoden giebt Otto Schulz in seinem lehrreichen Anhange zu Fischers Lehrbuche „Ueber die geometrische Analysis der Griechen“.

rend noch vor zehn Jahren die deutsche Literatur an echt geometrischen Werken völlig arm erschien, ausser einigen wenigen schätzbaren aus Pfleiderer's Schule hervorgegangenen Schriften, kommen jetzt jährlich mehre Bücher heraus, die als eigentlichen Zweck sich vorsetzen, die alte Geometrie zu erhalten, zu verbreiten, zu erleichtern und weiter auszuarbeiten und mit Recht darf behauptet werden, dass ein grosser Theil dieser Werke den preussischen Lehranstalten seinen Ursprung verdanke. Es ist nämlich nach einem langen Zwischenraume von wenigstens anderthalb Jahrhunderten wieder erkannt worden, dass beide Methoden neben einander bestehen können; dass zwar die Rechnung unendliche Vortheile gewähre, namentlich in allen praktischen Beziehungen und in der Anwendung auf die Astronomie, die Mechanik und überhaupt die gesammte Naturkunde; dass ihr Verfahren weit allgemeiner, weit umfassender sei, auch dass sie die alte Geometrie erweitere und bereichere; dass aber diese dennoch nicht vernachlässigt werden dürfe, theils wegen ihrer eigenthümlichen Schönheit und Eleganz, ihrer strengen Methode, ihrer Anschaulichkeit und über jeden Zweifel erhebenden Gewissheit, theils weil sie oft sehr kurze und zierliche Auflösungen gewährt, wo die Rechnung sich in grosse Schwierigkeiten verwickelt, theils und vornehmlich, weil sie ganz vorzüglich geschickt ist eine Ascetik des Geistes darzustellen, der keine andre gleich kommt. Die alte Geometrie ist deshalb von den einsichtsvollsten Pädagogen einstimmig für einen ganz vorzüglichen Unterrichtsgegenstand der Schulen erklärt worden und ihre Vernachlässigung hat sich allemal sehr bitter gerächt. Wer Resultate verlangt, gebrauche die neueren Methoden, wer junge, denkende Mathematiker bilden will, wird die alte Lehre nicht vernachlässigen dürfen; die sinnreichen Maschinen unsrer Zeit liefern herrliche Fabrikate: wer wird aber einen jungen Künstler dadurch bilden wollen, dass er ihm Maschinen in die Hand giebt, die alles statt seiner thun? — Es ist ferner anerkannt worden, dass zu diesem Ende die alte Geometrie rein und in ihrer eigenthümlichen Gestalt ohne alle Vermischung mit der Rechnung behandelt werden müsse, wozu vorzüglich gehört, dass ihre Constructionen allein aus einer Analysis hervorgehen dürfen, die auf eine reine Betrachtung der Figur gestützt ist. Die sogenannten synthetischen Constructionen, die man den rechnenden Auflösungen in neueren Zeiten häufig beigefügt hat, sind nämlich völlig überflüssig, da die Rechnung ja schon ein weit genaueres Resultat geliefert hat, als die Zeichnung

je erreichen kann, und scheinen entweder eine Huldigung der entthronten aber noch nicht ganz vergessenen alten Königinn gewesen zu sein, oder sie sollten als Beweis dienen, dass die Rechnung alles, auch sogar die überflüssig gewordene Construction in sich begreife, wobei man aber übersah, dass der Haupttheil jener Methode, die geometrische Analysis, versäumt worden war.

Wenn die obigen Sätze zugestanden, wenn insonderheit der grosse Werth der Geometrie für die Bildung in Schulen anerkannt wird, so kommt es nun darauf an, den Weg zu zeigen, wie diese herrliche Wissenschaft am sichersten und deutlichsten gelehrt werden könne. Es ist indessen hier meine Absicht nicht über die Methode des gesammten geometrischen Unterrichts meine Ansichten mitzutheilen und ich kann dies um so eher unterlassen, als in neueren Zeiten mehre treffliche Schriften (von Fischer, Matthias u. a.) über diesen Gegenstand erschienen sind. Nur zur Unterrichtsmethode eines Theiles dieser Wissenschaft will ich im Folgenden einen kleinen Beitrag liefern und mich dabei der Erlaubniss des Hohen Ministeriums bedienen, welches den Gymnasiallehrern verstattet hat, in den jährlichen Schulschriften ihre Erfahrungen über einzelne Zweige des Unterrichts öffentlich vorzulegen.

Wenn in der mittlen Bildungsstufe eines Gymnasiums das System der ebenen Geometrie nach irgend einem Lehrbuche vorgetragen und gehörig eingeübt worden ist, so dass dem Schüler alle Sätze gegenwärtig und geläufig sind, so bleibt der höheren Stufe noch ein sehr wichtiger Gegenstand übrig, die Anleitung zu eigenen geometrischen Compositionen, oder die geometrische Erfindungskunst, welche eine der edelsten Kräfte des Menschen, die Sagacität,*) oder das eigne schöpferische Denken in Thätigkeit setzt und stärkt. Ob diese Kraft nicht überhaupt bei dem gegenwärtigen Unterrichte, wo eine so grosse Masse historicher Kenntnisse getrieben werden muss, welche ihrer Natur nach die Kraft der Erfindung wenig in Anspruch nehmen, zu sehr in den Hintergrund tritt, will ich hier nicht untersuchen, soviel aber glaube ich behaupten zu dürfen, dass sie bei dem geometrischen Unterrichte nicht nach Würden beachtet werde; obgleich derjenige ein schwacher Geometer ist, ja nicht einmal die Entstehung dieser Wissenschaft begreifen kann, der nicht im Stande ist

*) „Das Talent zu wissen, wie man gut suchen soll; die Naturgabe vorläufig zu urtheilen, wo die Wahrheit wohl möchte zu finden sein; den Dingen auf die Spur zu kommen und die kleinsten Anlässe der Verwandschaft zu benutzen, um das Gesuchte zu entdecken oder zu erfinden.“ Kant Anthropol. S. 158.

aus eignen Kräften Beweise schicklich anzuordnen oder vorhandene nach seinem Zwecke beliebig abzuändern, oder vorgelegte Aufgaben aufzulösen. Diese Versäumung ist um so mehr zu bedauern, da diese selbständigen Uebungen für jeden tüchtigen, nicht verwöhnten Schüler einen ungemeinen Reiz haben, da sie Lehrer und Lernende täglich auf neue Ansichten und Erweiterungen der Wissenschaft bringen und da sie endlich die nothwendige Bedingung jeder gründlichen mathematischen Prüfung sind, in welcher mit Recht eigenthümliche Productionen, nicht blos Kenntniss des von andern Gefundenen, verlangt werden. Diese Uebungen aber fallen den Schülern, wenn sie nicht planmässig dazu angeleitet werden, anfänglich ungemein schwer und man hört überall Klagen, dass nach dem sorgfältigsten Unterrichte in der Geometrie selten eigenthümliche Arbeiten von ihnen erhalten werden können. Nach meinen Erfahrungen und Beobachtungen liegen die Gründe dieses mangelhaften Erfolges vorzüglich darin, dass der Unterricht sich gewöhnlich mit dem Systeme der Geometrie begnügt ohne diesem einen praktischen zur Auflösung von Aufgaben eigens bestimmten Cursus beizufügen, dass den Lehrern selten ein reicher, gehörig geordneter Schatz von geometrischen Aufgaben zu Gebote steht und dass die Schüler nicht angeleitet werden, selbst dergleichen Aufgaben zweckmässig zu erfinden.

Wer im Alterthume sich auf die Geometrie legte, studirte zuerst das Euclidische System, in welches vorzüglich nur solche Sätze aufgenommen sind, die mit den vorhergehenden und nachfolgenden in ununterbrochener Verbindung stehen. Hiemit aber begnügte er sich nicht, sondern er las nun die analytischen Werke der alten Geometer und erwarb sich hiedurch eine Menge von Lehrsätzen, Fundamentalaufgaben und Kunstgriffen, die in dem Systeme keinen Platz gefunden hatten, während zugleich jene Werke ihm unübertreffliche Muster der Auflösungskunst darboten, indem sie nicht einzelne unabhängige Aufgaben abhandeln, sondern ein allgemeines Problem mit ungemeinem Scharfsinne und grosser Präcision durch alle seine Fälle verfolgen. Wir können gegenwärtig, wie ich glaube, diese Methode in den Schulen nicht vollständig beobachten, daraus aber einige nöthige Fingerzeige für den mathematischen Unterricht hernehmen. So wichtig und merkwürdig nämlich jene analytischen Bücher der Griechen sind und so leicht gegenwärtig der Zugang zu ihnen durch zweckmässige Restitutionen und Uebersetzungen geworden ist, so ist es dennoch nicht zu rathen, diese Bücher in den Schulen zu lesen. Da die vielen

Lehrgegenstände, welche die heutige Zeit fordert, den Schüler der obern Classen schon so sehr mit Lehrstunden überhäufen und seine ganze Zeit in Anspruch nehmen, da ferner viele unentbehrliche Theile der neueren Mathematik, namentlich die Trigonometrie und die Algebra getrieben werden müssen, und in der höheren Bildungsstufe den Hauptgegenstand ausmachen, so bleibt für diese trefflichen, aber weitläufigen Bücher in der Schule keine Zeit übrig und sie werden nur dem Privatstudium der Fähigsten zu empfelen sein. Dagegen wird, um die Schüler zur Auflösungskunst vorzubereiten sich vielleicht folgender Lehrgang empfelen. Nachdem in der zweiten Classe eines Gymnasiums, wo nämlich dieser Unterricht erst eintreten kann, im Anfange des Cursus das System der ebenen Geometrie kurz wiederholt worden ist, damit eine Fertigkeit und ein Bewusstsein aller Sätze erreicht werde, ist es zuvörderst nöthig die Schüler in der Umkehrung der Sätze zu üben, weil der Beweis diejenigen Sätze gewöhnlich umgekehrt gebraucht, welche die Analysis direct angewandt hatte; diese Uebung geht bei einiger Anleitung leicht und geschwinde von Statten und ist zugleich ein praktischer Cursus eines wichtigen Abschnitts der Logik.*) Nun muss ferner eine Sammlung solcher Lehrsätze und Fundamentalaufgaben vorgetragen werden, welche entweder in dem Systeme sich gar nicht befinden, oder dort nicht in praktischer Hinsicht aufgeführt sind. Wie nothwendig diese Ergänzung ist, wird jeder zugeben, wenn ich bloss der Oerter erwähne, die in dem Systeme keinen Platz gefunden haben, und ohne welche doch an die Auflösung der Aufgaben schwerlich gedacht werden kann. Da meines Wissens eine Sammlung von dergleichen praktischen Sätzen nicht vorhanden ist, so habe ich versuchsweise im dritten Abschnitte dieser Abhandlung diejenigen Sätze zusammengestellt, welche sich vorzüglich zur Auflösung der Dreiecke eignen, mache aber keinesweges darauf Anspruch diese Sammlung für vollständig auszugeben. Auch wird gegen die Folge dieser Sätze manches einzuwenden sein; hierauf aber schien es mir nicht besonders anzukommen, da sie nur eine Ergänzung des vollständig eingeübten Systems sind. Bei den Grundaufgaben ist es sehr nöthig die Schüler mit recht vielen Methoden bekannt zu machen, damit sie bei der Synthesis allemal dasjenige Verfahren auswählen können, welches die einfachste und zierlichste Construction

*) Garnier's unten angeführtes Werk *Reciproques* etc. enthält die Conversen der wichtigsten geometrischen Sätze.

giebt. Für Schüler, welche das System gut gefasst haben, ist dieser Cursus sehr bald abgethan und eingeübt.

Nach diesen Vorbereitungen müssen Beispiele von Aufgaben vorgetragen und in der Stunde vollständig aufgelöst werden, damit die Schüler Muster der Behandlung bekommen, welche sie nachahmen können. Hiezu nun scheinen mir die in den Lehrbüchern und Sammlungen vorgelegten und aufgelösten Probleme darum nicht passend, weil sie keinen zusammenhängenden Cyclus von Aufgaben bilden, sondern bald diesem, bald einem andern Abschnitte der Geometrie angehören und darum mehr einzelnen Kunststücken und Recepten, als einem Unterrichte in der Erfindungskunst gleichen. So wie aber die rechnende Geometrie die Dreiecke, als die einfachsten Figuren, allen übrigen zum Grunde legt und auf Dreieckverbindungen alle übrigen Constructionen zu bringen weiss, so sollte man auch die geometrische Behandlung der Figuren von den Dreieckaufgaben anfangen, hierin von den einfacheren und leichteren allmählich zu den schwererern und verwickelteren fortschreiten, und späterhin die Verbindung mehrer Linien auf Dreiecke gründen. Dass die englischen Geometer zu der Zeit, als sie die alte Geometrie so eifrig betrieben, dieselbe Ansicht hatten, davon überzeugte ich mich, als mir vor vielen Jahren eine kleine Schrift in die Hände fiel, welche den Titel führt: *A Synopsis of all the Data for the construction of triangles, from which geometrical solutions have hitherto been in print. With reference to the authors, where those solutions are to be found. By John Lawson B. D. Rector of Swanscombe in Kent. Rochester* 1773. Der Verfasser liefert in diesem Buche auf 16 sehr weitläuftig gedruckten Quartseiten 161 Aufgaben über Dreiecke überhaupt, mit der Anzeige wo ihre Auflösung zu finden und 94 Aufgaben über rechtwinklige Dreiecke, wo diese Nachweisung grösstentheils weggelassen ist.*) Die Idee dieser Schrift, welche zu ihrer Zeit in England, als ein Register über eine damalige Lieblingsbeschäftigung, sehr beifällig aufgenommen wurde, habe

*) Unter den 46 von ihm citirten Werken, welche geometrische Aufgaben enthalten, befinden sich 15 damals in England erscheinende Journale, darunter *Court Magazine*, *Gentleman's Diary*, ja sogar *Hutton's Ladies Diary* und noch ein anderes *Ladies Diary*. Unsre deutschen für das grosse Publicum bestimmten Zeitschriften enthalten dergleichen Aufsätze nicht, und sie würden in unsrer gepriesenen Zeit vielleicht auch in England kein Glück mehr machen.

ich in dem zweiten Abschnitte nachzuahmen gesucht, doch habe ich die Bezeichnung geändert, viele weniger brauchbare Aufgaben weggelassen, dagegen eine grosse Anzahl hinzugefügt, und mich bei den Nachweisungen auf diejenigen Werke beschränkt, welche mir zugänglich waren und welche im fünften Abschnitte aufgeführt sind.*) Ich habe auch solche Aufgaben aufgenommen, deren Auflösungen zwar nicht gedruckt vorhanden sind, die aber ich selbst, meine Freunde oder meine Schüler gelöset haben, so dass sich also keine darunter befinden wird, welche unübersteigliche Schwierigkeiten darbietet. Zuweilen, besonders im Anfange, habe ich Winke zur Auflösung beigefügt, wie sie den Schülern gegeben werden können und diese beziehen sich dann mehrentheils auf die Sätze des dritten Abschnittes. Obgleich diese Sammlung recht zahlreich ausgefallen ist, so wäre es dennoch leicht gewesen, sie sehr beträchtlich zu vermehren, besonders da die mehrsten dieser Aufgaben andre in sich enthalten, oder sehr leicht auf ähnliche führen; ich glaube indessen, dass sie stark genug ist, um die Reichhaltigkeit dieser Classe von Aufgaben darzuthun. Die Bezeichnung ist der gegenwärtig in der Trigonometrie fast allgemein eingeführten Weise nachgebildet, wonach die kleinen Buchstaben Linien, die grossen Buchstaben Winkel bedeuten. Es ist allemal ein ungleichseitiges Dreieck von der Gestalt zum Grunde gelegt, welche in Fig. 1 dargestellt wird, worin der Winkel A > C, also auch die Seite BC oder a > AB oder c; die Basis AC heisst b und wird als die erste Seite angesehen, worauf a und dann c folgen und eben so sind die Winkel in der Reihe B, A, C zu denken; auf diese Ordnung beziehen sich die Accente der aus den Winkeln ausgehenden Scheitellinien, so dass z. B. die auf AC stehende Höhe mit h, die Höhe auf BC mit h′, die Höhe auf AB mit h″ bezeichnet werden; der grössere Höhenabschnitt CD heisst m, der kleinere AD heisst n; a + b + c oder der Perimeter p; die Scheitellinie BE, welche den < B halbirt ist mit s, die Scheitellinie BF, welche die Seite AC halbirt mit f, und eben so sind die beiden andern Paare mit s′, s″, f′, f″

*) Diese Nachweisungen habe ich darum geliefert, weil es zuweilen selbst eifrigen Anstrengungen nicht gelingt eine Auflösung zu finden oder weil es angenehm ist, den eigenen Weg mit dem eines andern zu vergleichen. Auch wird man daraus ersehen können, was in diesem Theile der Geometrie bisher geleistet worden ist, und dass einige Aufgaben sehr oft, die mehrsten selten oder gar nicht, bearbeitet worden sind.

bezeichnet; andre näher zu bestimmende Scheitellinien führen die Zeichen σ, σ', σ'', und die Abschnitte, welche sie auf der gegenstehenden Seite machen, werden durch μ, ν ausgedrückt; der Radius des umgeschriebenen Kreises heisst r, des eingeschriebenen ϱ, ein rechter Winkel R, der, wo er vorkommt, allemal an die Stelle des $<$ B tritt; die Seite des eingeschriebenen auf AC stehenden Quadrats heisst q; die Seite desjenigen Quadrats, welches gleich ist dem Flächenraume des Dreiecks, ist mit f, daher der Flächenraum des Dreiecks mit f^2 bezeichnet; α, β, γ bedeuten gegebne Linien; die einzelnen Data sind durch Kommata abgesondert.

Wenn hienach unter den gegebnen Stücken z. B. sich befinden $a + c$, $a - c$, $a \times c$*), $b : (a - c)$, $m : n$, $a^2 + c^2$ etc., so heisst dies: Es ist gegeben die Summe der Seitenlinien, oder ihre Differenz, ihr Rechteck oder das Verhältniss der Basis zum Unterschiede der Seiten, oder das Verhältniss der Höhenabschnitte, oder die Summe der Quadrate der Seiten u. s. w. Ich habe die Data in folgender Ordnung angenommen: b, B, a, c, p, h, f, m, n, A, C, s, f, r, ϱ, q und hienach soviel, als möglich oder schicklich war, die Folge der Aufgaben angeordnet, um das Auffinden zu erleichtern, so dass also zuerst alle diejenigen Aufgaben stehen, worin b als erstes Datum entweder allein oder verbunden vorkommt, worauf es wegbleibt, und eben so mit B verfahren wird. Wenn unter den Datis „der Ort der Spitze“ vorkommt, so ist eine Linie der Lage nach gegeben, in welcher die Spitze B liegen soll; muss diese Linie eine Gerade sein, so ist dies angezeigt; wenn „Punkt in b“ steht, so ist ein Punkt seiner Lage nach gegen die Schenkel des $\angle$ B gegeben, durch welchen die Basis AC gezogen werden soll. Mittels dieser einfachen und fasslichen Bezeichnuug ist es leicht Aufgaben vorzulegen und einige Andeutungen zur Auflösung beizufügen.

Ich habe viele sehr leichte, ferner alle solche Aufgaben weggelassen, wo die zusammengesetzten Data durch eine ganz leichte Operation in einfache aufgelöst werden können, namentlich wo die Summe und zugleich die Differenz derselben Grössen, oder das Ganze nebst dem Verhältnisse der Theile

*) Hier ist, wie sich von selbst versteht, an keine Multiplication zu denken, sondern dieser Ausdruck bedeutet eine Fläche, welche dem Rechtecke der Linien a, c gleich ist, und eben soviel als ▭ a. c.

u. dgl. gegeben sind (z. B. a + c, a — c oder b, m — n oder B, A — C oder b, m : n, oder b, p u. s. w.). Da ferner von den Stücken b, h, f, oder b, B, r oder b, h, q oder a, c, h, r, oder b, h, p, ϱ u. s. w. allemal zwei das dritte oder drei das vierte bestimmen, so habe ich mich begnügt von dieser Art der Aufgaben allemal nur eine anzugeben, ohne dasselbe Thema durch alle Combinationen durchzuführen. Dasselbe ist bei denjenigen Aufgaben geschehen, wo durch (gewöhnlich) zwei Data das Dreieck seiner Form nach bestimmt wird. Diese habe ich immer nur einmal mit irgend einem dritten Datum angegeben, an dessen Stelle man beliebig ein anderes von jenen beiden unabhängiges setzen kann und sie sind mit dem Worte „Form" ausgezeichnet; auch sind hieher diejenigen Aufgaben gezogen, wo zwar das gesuchte Dreieck nicht unmittelbar selbst, wohl aber ein anderes mit ihn zusammenhängendes und dasselbe bestimmendes Dreieck der Form nach gegeben ist, wie z. B. △ BCD fig. 10. (vgl. Satz 31. m.)

Dass ich die Aufgaben nicht strenge combinatorisch geordnet und durchgeführt habe, wird man mir nicht zum Vorwurfe machen, wenn man bedenkt, dass sich dadurch ihre Anzahl unübersehlich vergrössert haben würde, aus welcher die brauchbaren mühsam hätten hervorgesucht werden müssen, weil dabei so viele unnütze Wiederholungen eintreten, weil ferner ganz leichte oder unmögliche und unbestimmte sich einmischen, oder Verbindungen sich bilden, welche die Elementargeometrie nicht aufzulösen vermag. An ähnlichen Klippen scheitern alle nach einem grösseren Umfange angelegten combinatorischen Vertheilungen, wie mehre Werke der Pestalozzischen Schule vor wenigen Jahren bewiesen.

Diese Aufgaben, nach deren Muster der Lehrer der Geometrie andere, leichtere und schwerere, wie es sein Zweck erfordert, bilden kann, geben demselben nun einen reichen Stoff, um die Anfänger in der geometrischen Analysis planmässig zu unterrichten. Er wird ihnen nämlich zuerst eine Anzahl derselben als Muster vortragen und dann ihnen dergleichen Aufgaben mit einigen Fingerzeigen zur eigenen Auflösung übergeben. Vielleicht aber wird er es zweckmässiger finden, nachdem er die Reichhaltigkeit dieser Fundgrube erläutert hat, die Schüler selbst dergleichen Aufgaben erfinden zu lassen, welches ich für viel besser halte und nicht genug empfelen kann. Es trägt sich nämlich nur gar zu oft zu, dass die Auflösung einer durch den Lehrer vorgelegten

Aufgabe von den Schülern, entweder aus Unfähigkeit oder aus Mangel an Anstrengung, nicht gefunden wird, wobei sich der Lehrer beruhigen muss, weil der Imperativ: Erfinde! sich doch gar schwer in Kraft setzen lässt. Mit einer neuen Aufgabe, selbst wenn sie leicht scheint, kann es eben so gehen, wodurch endlich Lehrer und Schüler in Verlegenheit gerathen und mismuthig werden. Hat aber der Schüler eine Aufgabe selbst zusammengestellt, so ist eher zu vermuthen, dass er zu ihrer Auflösung fähig sein werde, wenigstens wird er sich weit kräftiger anstrengen, um sie aufzulösen. Gelingt dies dennoch nicht, selbst nachdem der Lehrer mit einiger Anleitung zu Hilfe gekommen ist, so kann dieser die Aufgabe abändern oder ihm rathen, sein Vorhaben aufzuschieben, bis er kräftiger geworden ist und unterdessen ein leichteres Thema zu wählen. Hiebei hat der Lehrer noch die Freude, dass tüchtige Schüler täglich neue und oft sehr glückliche Verbindungen aussinnen.

Nachdem nun der Schüler die selbst gewählte Aufgabe kurz angezeigt hat, damit der Lehrer ihre Zweckmässigkeit beurtheilen kann, muss nach einigen festgesetzten Tagen die gefundene Auflösung mündlich vorgetragen werden*), worauf er nach einem abermaligen bestimmten Zeitraume sie schriftlich vollständig ausgeführt dem Lehrer übergiebt. Eine solche Ausarbeitung enthält:

1) Die deutlich vorgetragene Aufgabe in blossen Worten ohne Bezug auf eine Figur.

2) Die gehörige Analysis. Da die Form der alten Analysis in jeder Hinsicht für musterhaft gelten kann, so ist es gewiss nicht gut, von ihr im mindesten abzuweichen, weshalb die Schüler angehalten werden müssen, sich der eingeführten kurzen und strengen Sprache, welche sie aus früher vorgelegten und eingeübten Mustern erkannt haben, unabänderlich zu bedienen.

3) Die Synthesis oder Composition. Bei dieser darf sich der Schüler nicht auf bekannte Constructionen berufen, sondern alle Arbeiten, welche das gesuchte Resultat herbeiführen, müssen in der vorgelegten sauberen Zeichnung wirklich ausgeführt sein, und zwar so, dass allemal das einfachste Verfahren ausgewählt ist.

*) Ich glaube, dass die Schüler in allen Lectionen dringend und eifrig zum deutlichen und fehlerfreien mündlichen Vortrage angehalten werden sollten.

4) Der Beweis, welcher vollständig darthun muss, dass die gelieferte Construction das gesuchte Resultat hervorgebracht hat.

5) Die Determination, welche aber in den mehrsten Fällen zu schwer ist und von den Schülern nicht verlangt werden kann. Eine algebraische Determination ist für die geometrische Behandlung ohne Werth.

6) Die älteren Schüler, welche bereits in der Trigonometrie geübt sind, fügen noch eine rechnende Auflösung bei, welche gewöhnlich algebraisch-trigonometrisch, zuweilen auch rein algebraisch ist. Diese hat ihre eigenthümlichen Schwierigkeiten, erfordert ein sehr genaues Bewusstsein der goniometrischen Formeltafel, und Uebung in geschickter Annahme der Unbekannten.

7) Den Beschluss macht ein ausgerechnetes Beispiel in Zahlen mit einer zweckmässig angelegten Rechnungsprobe.

Eine solche Aufgabe mit ihrer Ausführung habe ich im vierten Abschnitte beigefügt, nicht weil ich sie für musterhaft halte, sondern weil ich sie sonst nirgends gefunden habe und weil sie viele untergeordnete Fälle enthält, deren Auflösung durch zweckmässige Anordnung der Buchstaben sich von selbst ergiebt.

Diese wenigen Worte enthalten meine Gedanken über den ersten Unterricht in der geometrischen Analysis. Ich habe nur Andeutungen gegeben, weil diese dem Wissenden hinlänglich sind, wogegen die ermüdendsten Methodenbücher den Ungeübten überall verlassen. Auch bin ich weit entfernt den hier gewiesenen Weg für den einzigen oder auch nur für den besten zu halten, denn ich glaube weder in der Pädagogik, noch anderswo, an eine allein selig machende Methode, weil was für den einen sehr gut passt, dem andern sehr wenig gemäss sein kann. Damit aber will ich schliessen, dass ich den eigentlichen und vorsätzlichen Unterricht in der geometrischen Analysis, sei es nach dieser, oder einer andern Methode, allen mathematischen Lehrern sehr dringend empfele und ans Herz lege.

II. Geometrische Aufgaben über das geradlinige Dreieck.

1. b, B. Ort der Spitze B. Simpson Exercises probl. 48.
2. b, B, a + c. Diesterweg Aufgaben I, 1. Leslie Buch I, probl. 6. Strehlke pg. 11. Fischer pg. 282. Simpson Alg. p. 1. Schwab pr. 2. l'Huilier pg. 212. 217. Lehmus I, pg. 134. Hirsch pg. 107. Pfleiderer Schol. II. pg. 57. Garnier pg. 87. Newton pr. 10. Forstner pg. 31. Kroll pg. 16. — Eben so b + a, B, c. Lehmus pg. 133. Forstner pg. 23. Kroll pg. 22. Fischer pg. 280. — Für B = R. Leslie III, 15. Pfleiderer V. pg. 89. — Hieher auch b, a + c, r.
3. b, B, a — c. Strehlke pg. 16. Fischer pg. 283. Simpson Alg. 2. Schwab pr. 3. l'Huilier pg. 218. Lehmus pg. 135. Hirsch pg. 105. Pfleiderer II. pg. 70. Forstner pg. 35. Kroll pg. 19. Brewer pg. 316. Förstemann pg. 63. — Eben so b — a, B, c. Fischer pg. 280. Forstner pg. 25. Kroll pg. 23. — Für B = R. Simpson Ex. 1.
4. b, B, a : c. Simps. Alg. 3. Simps. Geom. 13. Pappus VII, 155. Schwab 13. Leslie I. 18. Diesterweg I, 4. Förstemann pg. 194. Brewer pg. 315. — (Form).
5. b, B, a × c. Diesterweg I, 3. II, 42. — (Satz 16.) — Für B = R Simps. Ex. 8. Pfleiderer V. pg. 95. —
6. b, B, $a^2 + c^2$. Diesterweg I, 5. Simps. Geom. 12. — (Zwei Oerter: Satz 17. 23)
7. b, B, $a^2 - c^2$. Diest. I, 6. Simps. Geom. 11. — (Zwei Oerter: Satz 17. 21) Für B = R Pfleiderer V. pg. 93.
8. b, B, a : b = b : c oder a × c = b^2. (zu reduciren auf No. 5 oder auf b, B, h nach Satz 16).
9. b, B, (a + c) × a. (Eigenschaft der Secanten und des Kreisvierecks)

10. b, B, $a+c+h$ }
11. b, B, $a-c+h$ } . . Diest. I, 7—10. Newton pr. 5. — (Satz 30, m. n.
12. b, B, $a+c-h$ } und 33) Für $B = R$, Pfleiderer V. pg. 108.
13. b, B, $h-(a-c)$ }
14. b, B, $a \times \alpha \pm c \times \beta$. . . Diest. II, 15. l'Huilier pg. 225.
15. b, B, $(a+c):h$. . . Diest. I, 11. — (Satz 30. m und 33)
16. b, B, $(a-c):h$. . . Diest. I, 12. — (Satz 30. n und 33)
17. b, B, $(a^2 \pm c^2):f^2$ . . Camerer Apoll. pg. 439.
18. b, B, h. . . . . . Camerer Apoll. pg. 389. Simps. Alg. 5. Simps. Geom. 5. l'Huilier pg. 207. Forstner pg. 190 191. Diesterweg I, 2. Strehlke pg. 33. Lehmus pg. 137. Garnier pg. 87. Für $B = R$ Simps. Alg. 33. Schwab pr. 23. Brewer pg. 314. (Zwei Oerter: Satz 17. 19.) So auch b, B, f^2
19. b, B, $h \pm m$. . . . (Zwei Oerter)
20. b, B, $h:m$ . . . . (Form) Desgleichen b, B, $h:(m-n)$
21. b, B, s. . . . . . Simps. Geom. 21. Simps. Alg. 72. Leslie II. 29. 30. l'Huilier pg. 239.
22. b, B, f (oder σ, welche b in gegebnem Verh. schneidet). Für $B = R$ Simps. Alg. 58.
23. b, B, f' (oder σ' welche a in gegebnem Verh. schneidet) Satz 26.
24. b, B, ϱ. . . . . . Diest I, 13. Strehlke pg. 58. Förstemann pg. 63. Satz 30. p. Für $B = R$. Simps. Ex. 29.
25. b, B, q. . . . . . (red. auf No. 18 nach Satz 25.)
26. b, B, Seite des eingeschriebenen Rhombus. Diest. I, 14. Simps. Ex. 47.
27. $b \pm a$, $b \pm c$, B. } siehe die Auflösung im IV. Abschnitte.
28. $b \pm a$, $a \pm c$, B. }

Nr. 29–38: Satz 30. m. n und 33. Noch einige ähnliche Aufgaben s. Diest. I. 51. Anm.

29. $b:(a+c)$, B, $a \times c$. Diest. I, 44.
30. $b:(a-c)$, B, $a \times c$. Diest. I, 48. II, 29.
31. $b^2:(a^2+c^2)$, B, $a \times c$. Diest. I, 51.
32. $b \pm (a-c)$, B, $a \times c$. Diest. I, 46. 47.
33. $b \times (a+c)$, B, $a \times c$. Diest. I, 45.
34. $b \times (a-c)$, B, $a \times c$. Diest. I, 49.
35. $a+c-b$, B, $a \times c$. Diest. I, 43.
36. $b^2+a^2+c^2$, B, $a \times c$. Diest. I, 50. II, 19.
37. $a^2+c^2-b^2$, B, $a+c$. Diest. I. 41.
38. $a^2+c^2-b^2$, B, p. Diest. II, 30.

39. $a + c - b$, B, h. . . Hutton pg. 30. l'Huilier pg. 221.

40. $a + c - b$, B, f^2. . l'Huilier pg. 223. Oder auch B, p, f^2. Satz 30. m.

41. $b + a - c$, B, $a + c + m - n$. (red. auf B, $a + m$, $c - n$. No. 135.)

42. $b : (a - c)$, B, f^2. Diest. II, 28.

43. $b : (a + c)$, B, ϱ. . Diest. I, 57.

44. $b \times (a + c)$, B, ϱ. Diest. I, 58. } Satz 30. m. n.

45. $b^2 - (a - c^2)$, B, ϱ. Diest. I, 60.

46. $(a + c)^2 - b^2$, B, ϱ. Diest. I, 59.

47. $b : h$, B, $a \pm c$. . Form.

48. $b + h$, B, $a \pm c$. . Newton pr. 7. (auch für $b - h$). l'Huilier pg. 283. Diest. I, 21, 22. — Für B = R. Simps. Ex. 31. Pfleiderer V, 105. allgemeiner für $b \pm h$, $a \pm c$.

49. $b + h$, B, $a \times c$. . Diest. I, 24.

50. $b + h$, B, p. . Diest. I, 25.

51. $b + h$, B, $a + c - b$. Diest. I, 26.

52. $b + h$, B, $b - (a - c)$. Diest. I, 27.

53. $b + h$, B, $(a + c) : b$. Diest. I, 28.

54. $b + h$, B, $(a - c) : b$. Diest. I, 29. } Satz 30. m. n. und 33. Aehnlicherweise für $b - h$.

55. $b + h$, B, $(a + c)^2 + b^2$. Diest. I, 30.

56. $b + h$, B, $(a - c)^2 + b^2$. Diest. I, 31.

57. $b + h$, B, $(a + c)^2 - b^2$. Diest. I, 32.

58. $b + h$, B, $b^2 - (a - c)^2$. Diest. I, 33.

59. $b + h$, B, $a^2 + c^2$. Diest. I, 34.

60. $b + h$, B, $b^2 + a^2 + c^2$. Diest. I, 35.

61. $b + h$, B, $(b^2 - (a^2 + c^2)$ oder $a^2 + c^2 - b^2$. Diest. I, 37.

62. $b + h$, B, $(a^2 + c^2) : b^2$. Diest. I, 38.

63. $b^2 : m^2$, B, h. . (red. auf B, h, $m : n$. No. 155.)

64. $b^2 - h^2$, B, $a \times c$. Diest. II, 35.

65. b, $a \pm c$, Ort der Spitze B eine gegebne gerade Linie. Diest. I, 88. 89. l'Huilier pg. 227. Leslie I, 28. Simps. Ex. 49. Simps. Geom. 15. Newton pr. 21.

66. b, $a : c$, Ort der Spitze B. Diest I. 90. II, 11. Simps. Geom. 13. Newton pr. 21. — Satz 18 —.

67. b, $a^2 + c^2$, Ort der Spitze B. Diest. I, 91. II, 10. Simps. Geom. 12. Newton pr. 21 — Satz 23 —.

68. b, $a^2 - c^2$, Ort der Spitze B. Diest. I, 92. II, 12. Simps. Geom. 11. Newton pr. 21. — Satz 21 —.

69. b, $b = \frac{1}{2}(a + c)$, Ort der Spitze B. Newton pr. 16.

70. b, a : f = f : c, Ort der Spitze B. Simps. Ex. 51. Hutton pg. 204.

71. b, A — C, Ort der Spitze B. Simps. Geom. 14.

72. Punkt in b, B, a + c. Simps. Geom. 19. Simps. Ex. 43. Leslie II, 23. Diest. Sectio rat. Anhang pg. 205. 8.

73. Punkt in b, B, a — c. Simps. Geom. 20. Simps. Ex. 43. Leslie II, 23. Diest. Sect. rat. Anh. pg. 208. 10.

74. Punkt in b, B, $a \times c$. l'Huilier pg. 209. Leslie II, 7. Diesterweg Sectio spatii pg. 11 etc. Richter Sect. spat. pg. 25 u. flg.

75. Punkt in b, B, $\mu : \nu$. (μ, ν sind die Abschnitte, in welche der gegebene Punkt die b theilt). Simpson Geom. 17. Camerer Apoll. pg. 393.

76. Punkt in b, B, $\mu \times \nu$. Simps. Geom. 18. Simps. Ex. 44. Leslie 1, 27. l'Huilier pg. 209. Diesterweg I, 83. Camerer Apoll. pg. 396.

77. Punkt in b, B, p. Diest. II, 36. l'Huilier pg. 219.

78. Punkt in b, B, f^2. Simps. Ex. 42. Simps. Geom. 6. Newton pr. 20. Leslie II, 8. Forstner pg. 243. Diesterweg II, 43. Schwab pr. 20. Hirsch pg. 134. Schooten pg. 100. 103.

79. b, a, h oder b, a, f^2.

80. b, a, h′.

81. b, a ± c, h. . (vgl. die allgemeinere Aufgabe No. 65) Schwab. pr 25. l'Huilier pg. 218. 19. Diest. I, 15. 16. Strehlke pg. 40. 44. Garnier pg. 86. 87. Simps. Geom. 15. Simps. Alg. 76. 77. Simps. Ex. 20. Newton pr. 9. Ceulen pg. 168. 176. — Satz 31. k. l. — Hierher ist zu bringen b, a + c, ϱ. Strehlke pg. 61.

82. b, a : c, h. . (allgemeiner No. 66). Diest. I, 17. Simps. Alg. 23. Simps. Geom. 13. Simps. Ex. 19. Garnier pg. 83.

Brewer pg. 318. Ceulen pg. 170. Hutton Misc. pr. 58. Schooten 22.

83. b, $a^2 + c^2$, h. . (allgemeiner No. 67). Diest. I, 19. Simps. Geom. 12.
84. b, $a^2 - c^2$, h. . (allgemeiner No. 68). Diest. I, 20. Simps. Geom. 11.
85. b, $a \times c$, h. . Simps. Ex. 21. Geom. 16. Leslie III, 16. Garnier pg. 85. Diest. I, 18. — Satz 16 —.
86. b, $a \pm c$, h'. . Forstner pg. 191.
87. $b = h$, a, c. . Leslie III, 17 oder allgemeiner b : h, a, c, Diest. II, 53.
88. b + a, c, m.
89. b : a = a : c = c : h, nebst einem dritten beliebigen Datum. Newton pr. 15. — (Form, weil B = R und Satz 11.)
90. b, $a \pm c$, h : a. . Form.
91. b, $a \pm c$, h : m. . Form.
92. b, $a^2 : f^2$, h : m. . Ceulen pg. 180.
93. b, a + c, A. . Hirsch pg. 107. Paucker pg. 70. Lehmus pg. 133. Fischer 280.
94. b, a — c, A. . Hirsch pg. 106. Schwab 3. Paucker pg. 70. Lehmus pg. 135. Forstner pg. 25.
95. b, $a \pm c$, A — C. . Simps. Alg. 12. 13. Lehmus pg. 136. Forstner pg. 40. 42. 23. Strehlke pg. 15. 18. Schwab. pr. 4. Hirsch pg. 109. Kroll pg. 41. 43. Förstemann pg. 63.
96. b, a : c, A. . . Form.
97. b, a : c, A — C. . Simps. Alg. 14. Form.
98. b, a : c, A = 2 C. . Paucker pg. 81. Hutton pr. 16.
99. b, a + c, f. . . Diest. I, 61.
100. b, a — c, f. . . Diest. I, 62. Förstemann pg. 200.
101. b, a : c, f. . . (Satz 18)
102. b, $a \times c$, f. . . Diest. I, 63.
103. b, $a \times c$, s. . . Diest. I, 65.
104. b, a + c, ϱ. . (red. auf No. 81.)
105. b, a — c, ϱ. . Strehlke pg. 60.
106. b, $a \pm c$, q. . . (red. auf No. 81. nach Satz 25.)
107. b, h, A.

108.	b, h. ſ oder σ.	
109.	b, h, A—C. .	Diest. II, 48. Simps. Alg. 15. l'Huilier pg. 211. Hirsch pg. 116. Schwab pr. 10. Strehlke. pg. 35. Forstner pg. 198. Förstemann pg. 261. — Satz 31 —
110.	b, h, s. . .	(red. auf No. 109. Satz 30. o.)
111.	b, h, h' . .	Lehmus 137.
112.	b, h', h'' . .	Lehmus 137. Forstner 188.
113.	b + h, A—C, m—n.	
114.	b, Abschnitte der h durch h'.	
115.	b, Abschnitte der h durch s'.	
116.	b, Abschnitte der h durch ſ' (Satz. 1.)	
117.	b, A, h : s. . .	Form.
118.	b, A, ſ oder ſ''.	
119.	b, A, ϱ.	
120.	b, A—C, ſ. .	Schwab pr. 24. Förstemann pg. 200. Simps. Alg. 59. Hirsch pg. 247.
121.	b, A—C, ϱ. .	Strehlke pg. 59.
122.	b, ſ, ſ'.	
123.	b, ſ', ſ''.	
124.	B, a $\times$ c, p .	Diest. I, 42. II, 20.
125.	B, a + c, h. .	Diest. I, 39. Newton. pr. 6. Strehlke pg. 48. Simps. Alg. 80. Schwab. pr. 25. l'Huilier pg. 220. — Satz 31. k. —
126.	B, a — c, h. .	Strehlke pg. 52. Simps. Alg. 78. l'Huilier pg. 221. — Satz 31. l —
127.	B, a ± c, h : m. .	Form.
128.	B, a : c, h. . .	Form. Simps. Alg. 3. Förstemann pg. 195. Schooten 22.
129.	B, a $\times$ c, h. .	Diest. I, 52. (red. auf B, h, r und dann auf b, B, h.)
130.	B, $a^2 + c^2$, h. .	Diest. I, 53.
131.	B, a + c, f^2. .	Diest. I, 36. — Für B = R. Simps. Alg. 34. Schwab. pr. 30.

132. B, a±c, m:n. . Form. Simps. Alg. 7. 9. Schwab. pr. 7. 11. Forstner pg. 258.

133. B, a±c, m—n. Strehlke pg. 19. 23. Förstemann pg. 63. Simps. Alg. 6. 8. Schwab pr. 8. 9. Hirsch pg. 113. (red. auf b, B, a±c nach Satz 31.)

134. B, a⨯c, μ⨯ν. (Segmente der s.). Satz 30. q

135. B, a±m, c±n. (Drei Fälle. Für + + Strehlke pg. 55.) — Satz 31. Zusatz. Für B=R, Hutton pr. 103.

136. B, a^2+c^2, f^2. . Diest. II, 18. — Für B=R. Pfleiderer II. pg. 25. 31.

137. B, a±c, s. . (red. auf No. 72.) Eben so wenn a:c, a⨯c. etc. geg. sind.

138. B, a^2+c^2, s. . Diest. Sect. rat. pg. 212.

139. B, a^2+c^2, ſ. . (red. auf b, B, ſ nach Satz 22.)

140. B, a^2+c^2, σ welche b in gegebnem Verh. theilt. Hutton pr. 24.

141. B, a+c, ϱ. . Diest. I, 40.

142. B, a—c, ϱ. . Strehlke pg. 60.

143. B, (a—c):(m—n), h+c. Form.

144. B, a+h+m, p. Strehlke pg. 67.

145. B, p, h. . . Diest. I, 54. Newton pr. 4. Lehmus pg. 139. Strehlke pg. 57. Simps. Alg. 60. l'Huilier pg. 221. Hutton pr. 5. Schol. Für B=R. Pfleiderer V, 117.

146. B, p, h'. . . Lehmus pg. 139.

147. B, p, f^2. . . Strehlke pg. 65. Newton pr. 8. l'Huilier pg. 223. Für B=R Simps. Alg. 35. Ex. 30.

148. B, p, s.

149. B, p, ϱ. . . Diest. I, 56. Strehlke pg. 64. Newton pr. 3. 8. — Für B=R Simps. Ex. 30 — (red. auf b, B, ϱ nach Satz 30. f.)

150. B, p, ſ.

151. B, p, q. . . Hutton pr. 94.

152. B, h, h' . . Lehmus pg. 138.

153. B, h', h''.

154. B, h, m—n. . Simps. Alg. 10. Schwab pr. 12. Diest. II, 47. Strehlke pg. 37. Förstemann pg. 199. — Satz 31. —

155. B, h, m : n. . Simps. Alg. 11. Schwab pr. 6. Forstner pg. 256. — Form —

156. B, h, A — C. . Diest. II, 48.

157. B, h, s.

158. B, h, f.

159. B, h, f′.

160. B, h, ϱ. . . Diest. I, 55. Strehlke pg. 64.

161. B, m, n. . . Schwab. 5. Hirsch pr. 111. l'Huilier pg. 205. Simps. Alg. 4. Eben so, wenn μ, ν beliebige Segmente der Basis und entweder σ selbst, oder ihr Winkel mit b gegeben ist.

162. B, A, s. . . Form

163. B, f^2, q. . . (Satz 25.)

164. B, $\mu - \nu$, s. . . (μ, ν sind die Abschnitte, welche s auf b macht. Desgleichen B, $\mu : \nu$, s. (Form)

165. B, s, q.

166. B, f, < der f′ mit b.

167. B, f, ϱ.

168. B, σ, welche B in geg. Theile und b in geg. Verhältnisse theilt. (Satz 9.)

169. a + c, h′, h″. . Lehmus pg. 138. Diest. I, 69. Förstemann pg. 196.

170. a + c, h, m — n. Strehlke pg. 46. — Satz 31. m.

171. a — c, h, m — n. Strehlke pg. 47. Simps. Alg. 24. — Satz 31. n.

172. a + c, h, A — C. Strehlke pg. 51. Simps. Alg. 79. l'Huilier pg. 222. — Satz 31. m.

173. a — c, h, A — C. Strehlke pg. 53. Simps. Alg. 79. — Satz 31. n.

174. a : c, h, m : n. . Simps. Alg. 25. — Form.

175. a : c, h, m — n. . Simps. Alg. 24. (red. auf b, a : c, h.)

176. a : c, h, A — C. . Simps. Alg. 14. — (Form) — Aehnlich a : c, h, s wegen Satz 30. o.

177. a, c, f^2 wie b, a, f^2 oder b, a, h.

178. a + c, f^2, A. . Ceulen pg. 179.

179. a : c, f^2, A.

180. (a — c) : (m — n), f^2, A.

181. a, f^2, m.

182. a, c, m : n. . Förstemann pg. 196. — Form.

183. a ± c, m, n. . Simps. Alg. 20. 21. Schwab 21. Lehmus 209.

184. a : c, m, n. . Simps. Alg. 22.

185. a ± c, m — n, A — C. Simps. Alg. 16. 18. Strehlke pg. 22. 25. Forstner pg. 263. Förstemann pg. 63.

186. a ± c, m : n, A — C. Simps. Alg. 17.

187. a ± c, m — n, A — C. Schwab pr. 14.

188. a : c, m — n. A — C. Simpson Alg. 14. — Form —

189. a — c, m — n, s.

190. a — c, m — n, ϱ.

191. a : h, h — n, m — n.

192. a : c, A, s. . Form

193. a — c, A — C, ϱ. . Strehlke pg. 60.

194. a, c, A — C. . Kroll pg. 34. — Form.

195. a, c, s. . . Diest. I, 70.

196. a, c, f. . . Simps. Ex. 33. Schooten 23. Diest. I, 71. Lehmus pg. 126. Förstemann pg. 56.

197. a, c, σ, welche b in gegebnem Verhältnisse theilt. Simps. Ex. 33.

198. a, c, Winkel der s mit b — Form —

199. a, c, Linie von B zum Centrum des eingeschr. Kreises. Leslie I, 14.

200. a + m, c + n, A — C. Strehlke pg. 56.

201. a, ν, s, oder c, μ, s.

202. p, h, A. . . wie b, h, A.

203. p, h, A — C. . Strehlke pg. 58.

204. p, A — C, s. . Simps. Alg. 61.

205. h, h′, h″. . . Simps. Alg. 47. Diesterweg I, 66. Leslie I, 12. Paucker pg. 80. Brewer pg. 261. Naudé.

206. h + m, h + n, A — C. Strehlke pg. 68.

207. h, m — n, A — C. Simps. Alg. 19. Strehlke pg. 39.

208. h, m : n, A — C. Simps. Alg. 17. — Form.

209. h, m — n, r.

210. h, A — C, ϱ. . Strehlke pg. 62.

211. h, s, f. . . Naudé.

212. h, s, r. . . Diest. I, 64.
213. h, ſ′, ſ″.
214. s, μ, ν. (Abschnitte in welche s die b theilt.) Simps. Alg. 57. Diest. I, 68.
215. ſ, ſ′, ſ″. . . Leslie I, 11. Diest. I, 67. Simps. Ex. 22. Garnier pg. 38.
216. Die drei Fusspunkte der Höhen. Diest. II, 31. Satz 27.
217. Die drei Abschnitte in welche s′ und ſ′ die h theilen.
218. Die drei Abschnitte in welche s′ und s″ die h theilen.
219. s, die beiden Senkrechten von A und C auf s.
220. s, die Senkrechte von A auf s, C.

Einige Aufgaben über das rechtwinklige Dreieck.*)

221. Differenz der Linien von A und C nach dem Centrum des eingeschriebenen Kreises. Simps. Ex. 18.
222. b, $a \times c = (a-c)^2$. Schwab pr. 26. Hirsch pg. 124.
223. p, die drei Seiten in arithmetischer Progression. Simps. Alg. 39.
224. ſ², die drei Seiten in arithmetischer Progression. Simps. Alg. 36. Ex. 45. Diest. I, 72.
225. ſ², die drei Seiten in geometrischer Progression. Simps. Ex. 46. Diest. I, 73. Wolff. Alg. pr. 114.
226. ſ′, ſ″. . . Simps. Ex. 15. Hirsch pg. 128.
227. ϱ, q. . . . Simps. Ex. 27.
228. b, $a^2 + n^2$.
229. b, $h^2 - n^2$ und b, $m^2 - h^2$.
230. $b \pm a$, n oder m.
231. $b + m$, a.
232. $b + m$, $a \pm m$.
233. $b \pm a$, $a \pm m$.
234. $\frac{1}{2}b \pm h$, $a \pm c$.
235. $\frac{1}{2}b \pm h$, $m - n$.

*) Lawson's 94 Aufgaben über das rechtwinklige Dreieck, worunter auch die folgenden, wird mein geschätzter College Herr Richter vollständig bearbeitet in der diesjährigen Michaelis-Messe bei Brüggemann in Halberstadt herausgeben.

236. $b + h$, $m^2 + n^2$.
237. $b + h$, $a^2 + n^2$.
238. $b + a + m$, $b^2 + a^2 + m^2$.
239. $m - h$, $h - n$.
240. $h^2 - n^2$, m und $m^2 - h^2$, n.
241. $a^2 + n^2$, $m - n$.
242. $(b^2 + a^2) : h^2$ und ein beliebiges drittes Datum.
243. $(b^2 + a^2 + m^2) : (a \times n)$ und ein beliebiges drittes Datum.
244. s', und die Linie zwischen B und b durch die Mitte von s'.
245. b, der Abschnitt von a an dem rechten Winkel, den eine Senkrechte aus der Mitte der b auf b errichtet abschneidet.

III. Lehrsätze und Aufgaben, welche zur geometrischen Analysis überhaupt, sonderlich aber zur Auflösung der Dreiecke dienlich sind.

1. Eine Linie so zu theilen, dass ihre Abschnitte gegebnen Linien proportionirt sind. (Verschiedne Constructionen, sonderlich wenn die Linie in zwei Theile geschnitten werden soll; a) innerer Schnitt, $a - x : x = \alpha : \beta$, die Parallelen nach verschiedenen Seiten; b) äusserer Schnitt $a + x : x = \alpha : \beta$, die Parallelen nach derselben Seite.)

2. Zu drei gegebnen Linien die vierte Proportionallinie zu finden. (Die gegebnen Linien werden in einen beliebigen, gewöhnlich rechten, Winkel entweder an einander, oder alle von dem Scheitel an, oder in zwei Scheitelwinkel oder in zwei Winkel, die einen gemeinschaftlichen Schenkel haben, aufgetragen und durch Parallelen verbunden; auch mittels der Sehnen und Secanten.) — Paucker pg. 78.

3. Zu zwei gegebenen Linien die dritte Proportionallinie zu finden. (Entweder nach Satz 2. oder durch das rechtwinklige Dreieck, oder den Halbkreis.) Paucker pg. 78. hat 5 Constructionen.

4. Zwischen zwei gegebenen Linien die mittle Proportionallinie zu finden, oder: Ein Rechteck in ein Quadrat zu verwandeln. (Eine Senkrechte auf dem Durchmesser eines Kreises, oder eine Tangente am Kreise, oder eine Sehne im Halbkreise, oder folgende Construction, Fig. 2. Mache $\frac{1}{2}$ AD $=$ AE $=$ EF, so ist $AF^2 = \square AB. AD.$ s. auch Fischer pg. 54.)

5. Verwandlung der Figuren a) einer geradlinigen Figur in ein △. b) eines △ in ein Parallelogramm mit gegebner Seite nnd Winkel und umgekehrt. c) eines △ in ein anderes △ mit gegebener Seite oder Höhe oder einem gegebenen Winkel, oder in ein gleichschenkliges △. d) eines Parallelogramms in ein anderes von gegebenen Bedingungen, sonderlich eines Rechtecks in ein anderes mit gegebner Seite. — Eucl. I, 44. Paucker pg. 71. Fischer pg. 55.

6. Eine Figur zu zeichnen, die einer gegebenen gleich und einer andern gegebenen ähnlich sei. Eucl. VI, 25 — für Dreiecke Paucker pg. 211.

7. Durch zwei gegebne Punkte einen Kreis zu beschreiben (Ort) — desgleichen durch drei gegebene Punkte — einen Kreis der zwei gegebne Linien berührt (Ort) — desgleichen der drei gegebne Linien berührt (2 oder 4 mögliche Kreise) — die wichtigsten der Apollonischen Berührungsaufgaben. —

8. Tangenten an den Kreis zu ziehen a) durch einen gegebenen P. b) einer gegebnen L. parallel c) zwei Kreisen eine gemeinschaftliche Tangente (4 mögliche Lagen der T.)

9. Innerhalb eines ∠ eine Linie zu legen, welche durch einen gegebnen P. in gegebnem Verhältnisse getheilt werde. Paucker pg. 79. Le Gendre III, pr. 5.

10. In einen gegebnen Kr. eine gegebne L. als Sehne einzutragen, die durch einen (innerhalb oder ausserhalb des Kr.) gegebenen P. gehe oder einer gegebenen L. parallel sei.

11. Eine gegebne L. im mittlen und äussern Verhältnisse zu schneiden. Eucl. II, 11. VI, 30. Le Gendre III, 4. Paucker pg. 216. Fischer pg. 126. — a) innerer Schnitt $a - x : x = x : a$ b) äusserer Schnitt $a + x : a = a : x$ oder $a + x : x = x : a$. (In der gewöhnlichen Construction bei Paucker, Le Gendre, Lehmus etc. muss in dem letzten Falle die Secante auf die rückwärts verlängerte Gegebne getragen werden.)

12. Eine gegebne L in zwei solche Abschnitte zu theilen, dass deren Rechteck gleich sei einem gegebnen Raume, oder: Ein Rechteck zu finden, dessen Inhalt und Summe der Seiten gegeben sind. — a) Wenn der Raum als ein Quadrat gegeben ist. b) Wenn der Raum als ein Rechteck gegeben ist α) durch die Eigenschaft der Secanten. β) sei AB Fig. 4. die gegebne Linie; AC, BD die Seiten des Rechtecks sind senkrecht nach einer Seite errichtet; beschreibe über AB einen Halbkreis, verbinde CD und errichte in E und F die Senkrechten EG, FH, so sind G, H die Theilungspunkte; denn AG = HB und weil ACEG, GEDB Kreisvierecke sind, so ist ∠ ACG = AEG, ∠ DGB = DEB*) = AEG, weil beide durch GEB zu einem Rechten ergänzt werden, also ∠ ACG = DGB, daher △ ACG ∾ GDB. γ) Oder beschreibe über CD einen Halbkreis, so erhellt, dass AG = HB, und △ AGC ∾ GDB.

*) In der Figur fehlt die Linie EB.

13. Einer gegebnen L. ein solches Stück anzusetzen, dass das Rechteck aus der zusammengesetzten und der angesetzten L. gleich sei einem gegebnen Raume, oder: Ein Rechteck zu finden, dessen Inhalt und Differenz der anliegenden Seiten gegeben sind. a) Wenn der Raum als ein Quadrat gegeben ist Fig. 3. AB ist die gegebne L., BD die Seite des gegebnen Quadrats, AC = CB, CE = CD. Dann ist $BD^2 = CD^2 - CB^2 = \square (CD + CB)(CD - CB) = \square (CE + CB)(CE - CB) = \square AE.BE$. b) Wenn der Raum als ein Rechteck gegeben, sind Fig. 5. die Constructionen und die Beweise ganz wie in 12. b. β. γ. nur dass die Seiten des Rechtecks nach verschiedenen Richtungen gestellt werden.

14. Der Pythagoräische Lehrsatz mit seinen Erweiterungen, Folgerungen und Aufgaben. Paucker pg. 107. 204. Le Gendre III, 11. Eucl. I, 47. II, 12. 13. — Auch sind fast alle übrigen Sätze aus dem zweiten Buche des Euclides, welche in den neueren Lehrbüchern gewöhnlich ausgelassen werden, sehr brauchbar.

15. Ein Quadrat zu finden, welches sich zu einem gegebnen Quadrate verhalte, wie zwei gegebne Linien, oder welches ein Vielfaches oder ein bestimmter Theil eines gegebnen □ sei. Le Gendre III, 12. Paucker pg. 207. 210.

16. In einem △ ist das Rechteck zweier Seiten gleich dem Rechtecke aus der auf die dritte Seite gefällten Höhe und dem Durchmesser des umgeschriebenen Kreises ($a \times c = h \times 2r$), weshalb durch drei dieser Grössen allemal die vierte gegeben ist. Le Gendre III, 32.

17. Ueber einer gegebnen L. einen Kreisbogen zu beschreiben, der einen gegebnen ∠ fasst, oder: Wenn von einem Dreiecke die Basis und der gegenstehende ∠ gegeben sind, so ist der Ort der Spitze ein bestimmter Kreisbogen. Eucl. III, 33. Schwab pg. 71. Camerer Apoll. pg. 33.

18. Wenn von einem △ die Basis und das Verhältniss der Seiten gegeben sind, so ist der Ort der Spitze entweder a) eine bestimmte gerade Linie, wenn ein Verhältniss der Gleichheit gegeben ist, oder b) wenn ein Verhältniss der Ungleichheit gegeben ist, ein bestimmter Kreis. Fig. 6. Theile AC in D in dem gegebnen Verh., ziehe AE parall. DF, mache AE = AD, DF = DC, verbinde EFG, so ist GD der Radius des gesuchten Halbkreises und allemal

AB : BC = AD : DC. Denn AE : DF = AD : DC = AG : DG, also DG : CG = AG : DG oder BG : CG = AG : BG, also △ AGB ∾ CBG, AB : BC = AG : BG = AG : DG = AE : DF. Camerer Apoll. pg. 211. Simps. Geom. pr. 13. Fischer pg. 189. Leslie III, 13. l'Huilier pg. 88.

19. Wenn von einem △ die Basis und der Inhalt, oder die Basis und die Höhe gegeben sind, so ist der Ort der Spitze eine bestimmte gerade Linie. Camerer Apoll. pg. 35.

20. In einem △ ist der Unterschied der Quadrate zweier Seiten gleich dem Unterschiede der Quadrate der Höhenabschnitte auf der dritten Seite, oder: Das Rechteck aus der Summe und dem Unterschiede der Seiten ist gleich dem Rechtecke aus der Basis und dem Unterschiede der Höhenabschnitte (der Summe, wenn ein ∠ an der Basis stumpf ist) oder gleich dem Rechtecke aus der Basis und dem doppelten Abschnitte zwischen der Mitte der Basis und dem Fusspunkte der Höhe, oder $a + c : b = m \mp n : a - c$.

21. Wenn von einem △ die Basis und die Differenz der Quadrate der Seiten gegeben sind, so ist der Ort der Spitze eine bestimmte gerade Linie. Fig. 8. AD ist senkrecht auf AC und = der Seite des Quadrats, welches so gross ist als $BC^2 - AB^2$, DE $\mp$ EC, FE senkrecht auf DC, FB senkrecht auf AC ist der gesuchte Ort; denn $AD^2 = DF^2 - AF^2 = FC^2 - AF^2 = BC^2 - AB^2$ Camerer Apoll. pg. 209. Simps. Geom. pr. 11. l'Huilier pg. 65.

22. Wenn in einem △ eine Scheitellinie die gegenstehende Seite halbirt, so ist das Quadrat dieser Scheitellinie nebst dem Quadrate der halben Basis halb so gross als die Quadrate der Seiten zusammengenommen, d. h. $a^2 + c^2 = 2\,(f^2 + \frac{1}{4} b^2)$ Le Gendre III, 14. Leslie III, 20.

23. Wenn von einem Dreiecke die Basis und die Summe der Quadrate der Seiten gegeben sind, so ist der Ort der Spitze ein bestimmter Kreis. Fig. 7. AD = DC, DH senkrecht, DE = AD, AF = der Seite des Quadrats, welches gleich ist $AB^2 + BC^2$, FG senkrecht auf AC, AH = AG, DH ist der Radius des gesuchten Kreises; denn $AB^2 + BC^2 = 2BD^2 + 2AD^2 = 2DH^2 + 2AD^2 = 2\,AH^2 = 2\,AG^2 = AF^2$. Camerer Apoll. pg. 264. Leslie III, 21. Simps. Geom. pr. 12. l'Huilier pg. 67.

24. Wenn eine Scheitellinie einen ∠ im △ halbirt, so ist das Quadrat dieser Linie nebst dem Rechtecke aus den Abschnitten der gegenstehenden Seite gleich dem Rechtecke der einschliessenden Seiten ($a \times c = s^2 + \mu \times \nu$.*)

25. In einem Dreiecke verhält sich die Basis zur Seite des eingeschriebenen auf dieser Basis stehenden Quadrats, wie die Summe der Basis und der Höhe zur Höhe, $b : q = b + h : h$, daher $2 f^2 = q \times (h + b)$.

26. Wenn sich zwei Kreise berühren, so schneiden Linien, die durch den Berührungspunkt gehen, in beiden Kreisen ähnliche Bogen ab und die Abschnitte dieser Linien in beiden Kreisen sind in dem beständigen Verhältnisse der Durchmesser. Fischer 186. 187.

27. In einem △ schneiden sich a) die drei Höhen in demselben Punkte, bilden b) 12 rechtwinklige Dreiecke, von denen je 4 ähnlich sind, und (wenn die Fusspunkte der Höhen verbunden werden) c) 6 Kreisvierecke, deren Durchmesser die Seiten und die obern Abschnitte der Höhen sind; d) die Höhen halbiren die Winkel des innern △, dessen Seiten den Seiten des äussern △ antiparallel sind. Paucker pg. 123. Fischer pg. 174. Klügels Wört. I, pg. 924.

28. In einem △ schneiden sich die drei Scheitellinien, welche die gegenstehenden Seiten halbiren (die Schwerlinien), in demselben Punkte (dem Schwerpunkte) und zwar so, dass sich ihre Abschnitte wie $1 : 2$ verhalten. Fischer pg. 175. Klügels Wört. I, pg. 925.

29. Der Inhalt eines Dreiecks ist gleich dem Rechtecke aus dem halben Perimeter und dem Radius des eingeschriebenen Kreises. (Einfacher Beweis bei Strehlke pg. 61.) $h \times b = p \times r$, daher drei dieser Grössen die vierte bestimmen.

30. In einem △ schneiden sich die Scheitellinien, welche die Winkel halbiren, in demselben Punkte (dem Centrum des eingeschriebenen Kreises). Hier finden ferner folgende Beziehungen Statt, wenn Fig. 9. die Linien BA, BC, BN verlängert, der äussere ∠ CAG halbirt, EC verbunden, DL, DM, DK, EG, EF, EH senkrecht gefällt werden:

a) EC halbirt den äussern ∠ ACH.

b) D ist das Centrum des eingeschriebenen, E das Centrum eines der äusserlich die Seiten berührenden Kreises, weil $DK = DL = DM$, $EG = EF = EH$.

*) Hienächst sind 15 Fundamentalaufgaben vorzulegen: Zwei Linien zu finden, von denen je zwei der folgenden sechs Bestimmungen gegeben werden: Summe, Differenz, Quadratsumme, Quadratdifferenz, Rechteck, Verhältniss.

c) AK = AL, BL = BM, CK = CM, AG = AF, BG = BH.

d) Die Vierecke ADCE, BLDM, ALKD, MDKC sind Kreisvierecke.

e) $\frac{1}{2}(a+b+c)$ oder $\frac{1}{2}p = AK + BL + CM = AK + BL + CK = BL + AC$ u. s. w. d. h. je drei an verschiednen Ecken liegende Abschnitte zusammengenommen, oder eine Seite nebst dem Abschnitte, den sie nicht berührt, sind zusammen gleich dem halben Perimeter.

f) $LG = MH$ oder $AK + AF = CK + CF$, daher $AK = CF$, $AF = CK = AG = CM$, $LG = MH = AC = b$.

g) $BG = BH = \frac{1}{2}p$, $BL = BM = \frac{1}{2}p - b = \frac{1}{2}(a+c-b)$, $AL = AK = \frac{1}{2}p - a = \frac{1}{2}(b+c-a)$, $AG = AF = \frac{1}{2}p - c = \frac{1}{2}(a+b-c)$.

h) $KP = CP - CK = CP - AG = CP - \frac{1}{2}BC - \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}AB$
$= CP - \frac{1}{2}CP - \frac{1}{2}AP - \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CP - \frac{1}{2}AP - \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AB$
$= \frac{m-n}{2} - \frac{a-c}{2} = \frac{c-n}{2} - \frac{a-m}{2}$.

i) $BC - AB = CM - AL = CK - AK = AF - AK = KF = a - c$.

k) $FP = FK + KP = a - c + \frac{m-n}{2} - \frac{a-c}{2} = \frac{a-c}{2} + \frac{m-n}{2}$
$= \frac{a+m}{2} - \frac{c+n}{2}$.

l) △ GAE ∾ LAD daher EG : AG = AL : LD, ▭ EG. LD = ▭ AG. AL, ferner BL : LD = BG : GE oder ▭ BG. BL : ▭ BG. LD = ▭ LD. BG : ▭ LD. GE oder ▭ AG. AL d. h. ▭ $\frac{1}{2}p\ (\frac{1}{2}p - b)$: △ ABC = △ ABC : ▭$(\frac{1}{2}p - c)\ (\frac{1}{2}p - a)$. Dieser berühmte sonst gewöhnlich algebraisch bewiesene Satz lehrt aus den drei Seiten den Inhalt zu berechnen s. Pfleiderer Trigonometrie pg. 109.

m) $(AB + BC)^2 - AC^2$: △ABC = ▭$(AB + BC + AC)\ (AB + BC - AC)$: ▭$(AB + BC + AC)$. $\frac{1}{2}LD = AB + BC - AC : \frac{1}{2}LD = 2\,BL : \frac{1}{2}LD = 4BL : LD$. Dies ist der 76ste Satz der Data des Euclides: „Wenn in einem △ ein Winkel gegeben ist, so hat der Ueberschuss des Quadrates der Summe der einschliessenden Seite über das Quadrat der dritten Seite ein gegebenes Verhältniss zu dem Dreiecke.“ (Weil nämlich das Verhältniss der Linien

BL, LD und also auch $4 BL : LD$ sich aus dem gegebnen $\angle$ B sogleich finden lässt.

n) Da $AC + BC - AB = 2 AG$, $AC - (BC - AB) = 2 AL$, so ist $AC^2 - (BC - AB)^2 = 4 AG . AL = 4 EG . LD$. Daher $AC^2 - (BC - AB)^2 : \triangle ABC = 4 EG . LD : BG . LD = 4 EG : BG = 4 LD : BL$. Eucl. Dat. 76. Zus. „Wenn ein Dreieck einen gegebnen $\angle$ hat, so hat der Ueberschuss des Quadrats der gegenstehenden Seite über das Quadrat des Unterschiedes der einschliessenden Seiten ein gegebnes Verhältniss zu dem Dreiecke (nämlich das Verh. $4 LD : BL$, welches sich aus dem gegebenen $\angle$ B sogleich ergiebt.

Die beiden letzten Sätze (m und n) werden sonst viel schwieriger bewiesen und sind ganz vorzüglich brauchbar zur Auflösung der Dreiecke.*) Mit ihnen müssen nicht verwechselt werden die Sätze Eucl. Dat. 74. 75. „Wenn ein Dreieck einen gegebnen stumpfen (spitzen) Winkel hat, so wird der Ueberschuss (Mangel) des Quadrats der Seite, die dem stumpfen (spitzen) $\angle$ gegenüber steht, über die Quadrate der anliegenden Seiten zu dem Dreiecke ein gegebnes Verh. haben", deren Beweis leicht aus Eucl. II, 12. 13. folgt, und die ebenfalls sehr brauchbar sind.

o) $\angle NBP = \frac{1}{2}(A - C)$ „Wenn eine L. den $\angle$ eines Dreiecks halbirt, so ist der $\angle$, den sie mit der aus demselben Scheitel ausgehenden Höhe macht, gleich der halben Differenz der beiden andern Winkel."

p) $\angle ADC = R + \frac{1}{2} B$, $\angle ADB = R + \frac{1}{2} C$, $\angle BDC = R + \frac{1}{2} A$.

31. Wenn man mit der kleineren Seite eines Dreiecks einen Kreis beschreibt und darauf die aus der Fig. 10. ersichtlichen Verbindungslinien zieht, so finden unter andern folgende Beziehungen Statt:

a) $CF = CB + BA = a + c$, $CG = CB - BA = a - c$, $DC = m - n$, $HA = H'D = 2 BE = 2h$.

b) $\frac{1}{2} \angle CBA = \frac{1}{2} B = CFA = GDC = GHA = GH'A = FKA = FGH' = LGC$ etc.

c) $\frac{1}{2} B + R = AGC = CDF = CFN$ etc.

d) $R - \frac{1}{2} B = AHF = AH'F = AGF = ADF$ etc.

*) Ihrer bedient sich besonders häufig Diesterweg.

e) $A - C = DBC$, $\frac{1}{2}(A - C) = GAD = GFD = GHD = GH'D = FAH = FGH = CGM$ etc.

f) $R + \frac{1}{2}(A - C) = FAC = DGC$ etc.

g) GM parall. FD, GD parall. FK etc.

h) $\triangle AFC \sim KFC$ daher $AC : CF = CF : CK$ oder $b : a + c = a + c : CK$ ($= b + AK$).

i) $\triangle CDF \sim CFN$ daher $CD : CF = CF : CN$ oder $m - n : a + c = a + c : CN$ ($= b + AN$).

k) $\triangle GAC \sim GMC$ daher $AC : CG = CG : CM$ oder $b : a - c = a - c : CM$ ($= b - AM$).

l) $\triangle CGL \sim CGD$ daher $CD : CG = CG : CL$ oder $m - n : a - c = a - c : CL$ ($= m - n - DL$).

m) das $\triangle CBD$ hat dieselben Seitenlinien, als ABC, seine Basis CD ist $= m - n$, sein Scheitelwinkel $CBD = A - C$ etc.

Dieselben Beziehungen haben mit geringen Abänderungen Statt, wenn mit der grössern Seite BC der Kreis beschrieben wird.

Zusatz. Wenn man die beiden Seitenlinien eines $\triangle$ aus den Punkten A und C auf die Basis trägt und ihre Endpunkte mit der Spitze B verbindet, so ist der bei B entstehende Winkel entweder $= R + \frac{1}{2}B$ oder $= R - \frac{1}{2}B$ oder $= \frac{1}{2}B$, jenachdem man entweder beide Seitenlinien nach aussen, oder beide nach innen, oder die eine nach aussen, die andre nach innen aufgetragen hat.

32. Ein Dreieck ist der Form nach gegeben, d. h. es kann ein ihm ähnliches gezeichnet werden, wenn von demselben unter andern gegeben sind:

a) Zwei Winkel. Eucl. Dat. 43.

b) Das Verhältniss der drei Seiten, $b : a : c$. Eucl. Dat. 45.

c) Ein Winkel und das Verhältniss der einschliessenden Seiten, B, $a : c$. Eucl. Dat. 44.

d) Ein Winkel, das Verhältniss der Seiten, die einen andern $\angle$ einschliessen, mit der Bestimmung, ob der dritte $\angle$ ein rechter, spitzer oder stumpfer

sei, A, a : c, C $\overset{=}{\underset{>}{<}}$ R. Eucl. Dat. 46. 47. Daher ist ein rechtwinkl. △ der Form nach, oder seine Winkel sind gegeben, wenn das Verhältniss zweier Seiten gegeben ist, und umgekehrt, wenn ein spitzer ∠ gegeben ist, so ist das Verh. der Seiten gegeben.

e) Das Verh. zweier Seiten und die Differenz der gegenstehenden Winkel, a : c, A — C.

f) Das Verhältniss zweier Abschnitte der Basis, der Winkel, welchen eine Scheitellinie mit der Basis macht und ein Winkel, $\mu : \nu$, ∠ der σ mit b, B oder A oder C. Eucl. Dat. 79. Also auch das Verhältniss der Höhenabschnitte und der W. in der Spitze, m : n, B.

g) Das Verhältniss der Höhenabschnitte (oder zweier andern Abschnitte nebst dem W. der Scheitellinie) und das Verhältniss der Seitenlinien, a : c, m : n (a : c, $\mu : \nu$, ∠ der σ mit b.) Eucl. Dat. 81.

h) Ein Winkel und das Verh. der Summe oder der Differenz zweier Seiten zur dritten Seite, B, (a ± c) : b oder B, (a ± b) : c. Eucl. Dat. 48.

i) Das Verh. der Summe oder der Differenz der Seitenlinien zur Basis und die Differenz der W. an der Basis, (a ± c) : b, A — C.

k) Ein Winkel und das Verh. der Höhe zur Basis oder zu einem Höhenabschnitte, B oder A, h : b oder h : m. Eucl. Dat. 77.

l) Die Differenz der W. an der Basis und das Verh. der Höhe zur Basis, A — C, h : b.

m) Das Verh. der beiden Seitenlinien und das Verh. der Höhe zur Basis, a : c, h : b. Eucl. Dat. 80.

n) Das Verh. einer Seitenlinie zur Differenz der Höhenabschnitte und der ∠ in der Spitze, oder die Differenz der Winkel an der Basis, a oder c : (m — n), B oder A — C.

o) Ein Winkel, das Verh. des Rechtecks der einschliessenden Seiten zum Quadrate der dritten Seite, B, a × c : b^2 Eucl. Dat. 78.

33. Einige Fälle der Sectio determinata:

a) Eine gegebne Linie so zu schneiden (äusserlich oder innerlich), dass die

Quadrate der Abschnitte sich verhalten wie zwei gegebne Linien. Diesterweg Sect. det. I, 1.

b) Eine gegebne Linie so zu schneiden (äusserlich oder innerlich), dass das Rechteck aus einer gegebnen Linie und dem einen Abschnitte zu dem Quadrate des andern Abschnittes ein gegebnes Verh. habe. Diesterweg S. D. I, 2. Leslie II, 11. 12.

c) Auf einer Linie, in welcher drei Punkte gegeben sind, einen vierten P. x zu finden, so dass das Verhältniss des Rechtecks aus einer gegebnen Linie und dem Abschnitte zwischen x und einem der gegebnen Punkte zu dem Rechtecke aus den Abschnitten zwischen x und den beiden andern gegebenen Punkten ein gegebenes sei. Diesterweg S. D. I, 3. 4. Leslie II, 13. 14. l'Huilier pg. 234.

d) Auf einer Linie, in welcher 4 Punkte gegeben sind, einen fünften P. x zu finden, so dass das Verhältniss des Rechtecks aus den Abschnitten zwischen x und zweien der gegebenen Punkte zu dem Rechtecke aus den Abschnitten zwischen x und den beiden andern gegebenen Punkten ein gegebenes sei. Diesterweg S. D. II, 1. 2. 3. Leslie II, 17.

34. Durch einen Punkt, welcher in der Halbirungslinie eines gegebnen Winkels gegeben ist, eine Linie von gegebner Grösse zwischen die Schenkel des Winkels oder seines Nebenwinkels zu legen. Apollonius de Inclinationibus v. Diesterweg I, 3. 4. Dasselbe Buch restituirt von Burrow. Aufg. 2. Leslie I, 29. II, 29. 30. Newton pr. 24. Simps. Geom. pr. 21. Wenn der $\angle$ ein rechter. Hirsch pg. 135. Forstner pg. 251.

IV. Auflösung der geometrischen Aufgaben No. 27. 28.

Aufgabe. Von einem Dreiecke sind gegeben die Summen der Basis mit jeder Seite und der Winkel in der Spitze: das Dreieck zu zeichnen. Gegeben $b + a$, $b + c$, B.

Analysis. Fig. 11. a. Sei ABC das gesuchte Dreieck; verlängere AB, BC und mache AE sowohl als DC gleich AC, so sind BE und BD gegeben und da auch $\angle$ B gegeben ist, so ist das $\triangle$ BDE gegeben. Verbinde CE, nimm den P. H willkührlich in CD und ziehe HK parall. DE, welche die CE in F schneide; durch F ziehe FG parall. AC, so ist $EF : EC = HD : CD = FG : AC = GE : AE$, da aber $CD = AC = AE$, so ist auch $HD = FG = GE$ und, weil HD willkührlich angenommen, so ist auch EG gegeben, also der P. G, und da die Parallele HK und $FG = HD$ gegeben sind, so ist der P. F und somit die Linie EFC bestimmt und also auch der P. C und CA parall. FG.

Synthesis. Trage auf die Schenkel des gegebnen Winkels $BE = b + a$, $BD = b + c$, verbinde DE, nimm willkührlich den P. H in BD, der kleineren Seite, mache $EG = DH$, ziehe HK parall. DF, beschreibe aus G mit dem Radius $GF = GE$ einen Bogen, der die HK auf der Seite des stumpfen Winkels in F schneide, verbinde EF, welche (wenn es nöthig ist verlängert) die DB in C schneide, und ziehe CA parall. FG.

Beweis. Da $AC : AE = FG : GE$, aber $FG = GE$, so ist $AC = AE$, also $AC + AB = AE + AB = BE = b + a$. Da ferner $CE : FE = CD : DH = CA : GF$ und $DH = GF$ so ist $CD = CA$, also $AC + CB = DC + CB = BD = b + c$.

Determination. Da im Sinne der Aufgabe nur der Durchschnitt in dem stumpfen Winkel giltig ist, so muss $GK < GE$ oder $< HD$, daher $GK + GE$ oder $EK < 2\,HD$ sein, und da $EK : HD = BE : BD$, so muss auch $BE < 2\,BD$ oder $b + a < 2\,(b + c)$ sein. Dies erhellt auch aus folgender Betrachtung: Da $BD = b + c$, $BE = b + a$, so ist $BE - BD = a - c$, aber $a - c < b$ und noch mehr $< b + c$ oder BD, daher $BE - BD < BD$ oder $BE < 2\,BD$.

1. Zusatz. Wenn die Aufgabe allgemeiner so gestellt wird $b \pm a$, $b \pm c$, B, so finden folgende verschiedne Fälle Statt, welche indessen alle bei schicklicher Anordnung der Figur derselben Analysis unterliegen: Gegeben

B, $b + a$, $b + c$. Fig. 11. a
B, $b + a$, $b - c$ oder $b - a$, $b + c$. Fig. 11. b
B, $a - b$, $b + c$ oder $b + a$, $c - b$. Fig. 11. c
B, $b - a$, $b - c$. Fig. 11. d
B, $a - b$, $b - c$. Fig. 11. e
B, $a - b$, $c - b$. Fig. 11. f.

2. Zusatz. Wenn in No. 28. B, $b \pm a$, $a \pm c$ d. h. ein Winkel und die Summe oder die Differenz der einen einschliessenden Seite mit jeder der beiden andern gegeben werden, so enthält diese Aufgabe folgende 6 verschiedne Fälle:

$b + a$, $a + c$,	woraus sich ergiebt	$b - c$	weshalb sie zu reduciren sind auf	. . . . B, $b + a$, $b - c$
$b + a$, $a - c$	- - -	$b + c$		. . . . B, $b + a$, $b + c$
$b - a$, $a + c$	- - -	$b + c$		. . . . B, $b - a$, $b + c$
$b - a$, $a - c$	- - -	$b - c$		. . . . B, $b - a$, $b - c$
$a - b$, $a + c$	- - -	$b + c$		. . . . B, $a - b$, $b + c$
$a - b$, $a - c$	- - -	$b - c$		. . . . B, $a - b$, $b - c$

3. Zusatz. Wenn der gegebne $\angle B = R$, so kann folgende Analysis gebraucht werden:

a) Wenn die Differenzen jeder Kathete von der Hyp. gegeben sind. Sei ABC das gesuchte Dreieck; beschreibe aus A mit AB, aus C mit CB Kreise, so berühren diese Kreise in B die Katheten und schneiden die Hypotenuse in E und D, verlängere die Hyp. zu beiden Seiten bis an die Kreise, so ist

$AE : AB = AB : AF$, oder $AE : AD = AD : AF$, *(div)* $AE : ED = AD : DF$ aber $DF = DC + CF = DC + CE = 2\,DC + DE$, also $AE : ED = AD : 2\,DC + DE$ *(perm. und div.)* $AE : ED = ED : 2\,DC$, woraus folgende leichte Synthesis folgt: Suche zwischen der einen einfachen und der zweiten doppelten Differenz die mittle Proportionallinie ED, so giebt diese Linie um jede einzelne gegebne Differenz vermehrt die beiden Katheten, um beide Differenzen vermehrt die Hypotenuse des gesuchten Dreiecks. Die Zeichnung ist so einfach, dass sie hier ausgelassen ist.

Beweis. $AB^2 + BC^2 = AE^2 + 2 \square AE.ED + ED^2 + DC^2 + 2 \square CD.DE + DE^2$ (oder $2 \square AE.DE$) und aus denselben Stücken ist $(AE + ED + DC)^2$ zusammengesetzt, daher ist das obige Dreieck rechtwinklig.

b) Wenn die Summen jeder Kathete mit der Hyp. d. h. wenn GC, AG gegeben sind, so löset dieselbe Construction die Aufgabe folgendermassen:
$AF : AB = AB : AE$ *(comp.)* $AF : GF = AD : GE$ *(perm. et comp.)* $AF : GF = GF : GF + GE$ ($= 2\,EG + EF = 2\,GC$) weshalb GF die mittle Proportionale zwischen AF und 2 GC; von GF sind aber die beiden Katheten leicht abzuleiten.

c) Aehnlicherweise wird verfahren, wenn die Summe der Hypotenuse und einer Kathete oder CG und die Differenz der Hypotenuse und der andern Kathete oder AE gegeben sind. Nämlich
$AE : AD = AD : AF$, *(comp.)* $AE : GE = AG : GF$ *(perm. et comp.)* $AE : GE = GE : GE + GF$ ($= 2\,GE + EF = 2\,GC$)

4. Zusatz. Rechnende Auflösung der Aufgabe $b + a$, $b + c$, B. Sei $\angle B = 2\alpha$, $b + a = k$, $b + c = l$ und es werde gesucht $\frac{1}{2}(A - C) = \varphi$, so ist $\angle A = R - (\alpha - \varphi)$, $\angle C = R - (\alpha + \varphi)$, und es verhält sich

$\sin 2\alpha : \cos(\alpha - \varphi) : \cos(\alpha + \varphi) = b : a : c$

$\sin 2\alpha + \cos(\alpha - \varphi) : \sin 2\alpha + \cos(\alpha + \varphi) = b + a : b + c = k : l$

$l.\sin 2\alpha + l.\cos(\alpha - \varphi) = k.\sin 2\alpha + k.\cos(\alpha + \varphi)$

$$(l - k)\sin 2\alpha = k.\cos(\alpha + \varphi) - l.\cos(\alpha - \varphi)$$
$$= k.\cos\alpha\cos\varphi - k.\sin\alpha\sin\varphi - l.\cos\alpha\cos\varphi - l.\sin a\sin\varphi$$
$$= (k - l)\cos\alpha\cos\varphi - (k + l)\sin a\sin\varphi$$

$$-\sin 2\alpha = \cos\alpha.\cos\varphi - \frac{k + l}{k - l}\sin a\sin\varphi$$

$$2\sin\alpha = \frac{k + l}{k - l}\tang\alpha\sin\varphi - \cos\varphi$$

Sei $\frac{k + l}{k - l}\tang\alpha = \cot\mu = \frac{\cos\mu}{\sin\mu}$, so ist

$2\sin\alpha\sin\mu = \sin\varphi\cos\mu - \sin\mu\cos\varphi = \sin(\varphi - \mu)$

Daher geschieht die Berechnung des $\angle\varphi$ durch die beiden Gleichungen
1) $\cot\mu = \frac{k + l}{k - l}\tang\alpha$ 2) $\sin(\varphi - \mu) = 2\sin\alpha\sin\mu$. Aus α und φ

werden sodann die Winkel A und C gefunden und darauf durch die Proportionen
$\sin B + \sin. A : \sin A = b + a : a$, das heisst
$2 \sin \frac{1}{2}(B + A) \cos \frac{1}{2}(B - A) : \sin A = k : a$, und
$2 \sin \frac{1}{2}(B + C) \cos \frac{1}{2}(B - C) : \sin C = l : c$
die Seiten a und c, wonach untersucht wird, ob $b + a$, $b + c$, wie sie eben gefunden, gleich sind den gegebenen Zahlen k und l. Ein Beispiel in Zahlen beizufügen, schien überflüssig.

Alle andere Fälle der Aufgabe werden auf ähnliche Art bloss durch Veränderung der Zeichen behandelt. Die Berechnung des Falles, wenn $B = R$, ist rein algebraisch und leicht.

V. Verzeichniss der angeführten Schriften.

Pappi Alexandrini Mathematicae collectiones a Federico Commandino Urbinate in latinum conversae et commentariis illustratae. Pisauri 1602.

Ludolphi a Ceulen Fundamenta arithmetica et geometrica etc. (lib. III. Zetematum *geometricorum epilogismus) Lugd. Bat.* 1615.

Franc. a Schooten Exercitationum mathematicarum lib. V. Lugd. Bat. 1657.

Christ. Wolfii Elementa matheseos universalis. Tom. 1. *Genevae* 1732.

Philippi Naudaei Trigonoscopia in Miscell. Berolinens. Tom. V. VI. Berol. 1737. 53.

Arithmetica universalis sive de compositione et resolutione arithmetica. Auctore Is. Newton. Cum commentario Joh. Castilionei, Amstelod. 1761. *(Cap.* 2. *Quaestiones geometricae.)*

Thomas Simpson, A Treatise of Algebra etc. Appendix containing the construction of geometrical problems with the manner of resolving the same geometrically, 3d. *Ed. London* 1767.

Desselben, Select Exercises for young proficients in the mathematicks wherein etc. II. A choice number of geometrical problems with their solutions both algebraical and geometrical. London 1752.

Desselben, Elements of Geometry etc. with the construction of a great variety of geometrical problems. 4*th. Ed. London* 1780.

Hutton, Miscellanea mathematica consisting of curious mathematical problems and their solutions. Lond. 1775.

Euclids Data verbessert nnd vermehrt von Robert Simson. A. d. Engl. übersetzt und mit einer Sammlung geometrischer nach der Methode der Alten aufgelöster Probleme begleitet von J. C. Schwab. Stuttg. 1780.

Apollonius von Pergen Ebene Oerter. *Wiederhergestellt von Robert Simson. A. d. Lat. übersetzt und mit einer Sammlung geometr. Aufgaben begleitet von Camerer. Leipzig* 1796.

Meier Hirsch, Sammlung geometrischer Aufgaben. 1r. *Th. Berlin* 1805.

L'Huilier, Elemens d'Analyse géometrique et d'Analyse algébrique etc. Paris 1809.

Garnier, Reciproques de la Géometrie suivies d'un recueil de theorèmes et de problèmes, 2de. *Ed. Paris* 1810.

Le Gendre, Elements de Géometrie etc. 10me *Ed. Paris* 1813.

Lehmus, Lehrbuch der Geometrie. 1r. *Th. Berlin* 1816.

Fischer (E. G.), Lehrbuch der ebenen Geometrie für Schulen. Berlin 1820.

Leslie, Geometrical Analysis and Geometry of curve lines etc. Edinburgh 1821.

Die Bücher des Apollonius von Perga De Sectione determinata wiederhergestellt von Robert Simson und nach dem Lat. frei bearbeitet von Diesterweg. Mainz 1822.

Die Bücher des Apollonius von Perga De Inclinationibus wiederhergestellt von Sam. Horsley und nach dem Lat. frei bearbeitet von Diesterweg. Berlin 1823.

Dasselbe Buch wiederhergestellt von Reuben Burrow. London 1779.

Die Bücher des Apollonius von Perga De Sectione rationis nach dem Lat. des Edm. Halley frei bearbeitet von Diesterweg. Berlin 1824.

Die Bücher des Apollonius De sectione Spatii wiederhergestellt von Diesterweg. Elberfeld 1827.

Des Apollonius von Perga zwei Bücher vom Raumschnitt von A. Richter. Halberstadt 1828.

Diesterweg, Geometrische Aufgaben nach der Methode der Griechen bearbeitet. (Erste Sammlung) Berlin 1825. *Zweite Sammlung. Elberfeld* 1828.

Brewer, Lehrbuch der Geometrie nebst einer Sammlung geometr. Aufgaben. Düsseldorf 1822.

Paucker, Die ebene Geometrie der geraden Linie und des Kreises etc. Is. Buch. Königsberg 1823.

Forstner, Sammlung systemat. geordneter und synthetisch aufgelöster geometr. Aufgaben. Berlin 1823.

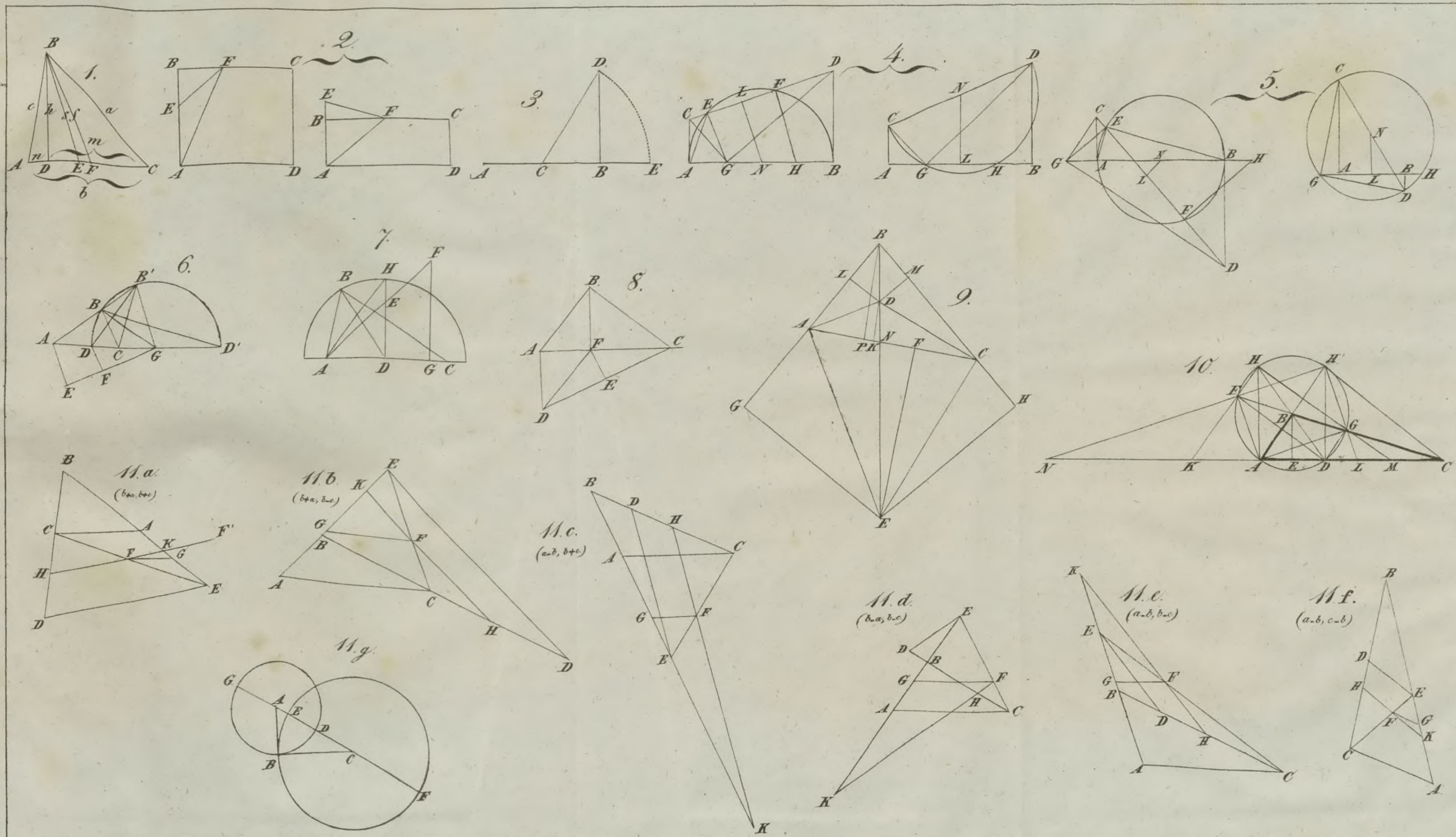
Strehlke, Aufgaben über das geradlinigte Dreieck geometrisch und analytisch gelöset. Königsb. 1826.

Kroll, Aufgaben über Dreiecke, worin Summen oder Differenzen von Seiten und Winkeln gegeben sind. Halle 1826.

Förstemann, Lehrbuch der Geometrie 1r. *Th. Danzig* 1827.

Pfleiderer, Scholien zu Euclids Elementen. Herausgegeben von Hauber. Stuttgardt 1827.

Druckfehler. S. 7. Z. 8 lies bloss — Andern. S. 9. Z. 15 l. schwereren S. 17. No. 45 l. $b^2 - (a-c)^2$. S. 17. No. 61 streiche (vor b^2. S. 22. No. 161 l. Hirsch pg. S. 31. Z. 2. v. u. l. einschl Seiten.


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.a. (b+a, b+c)
11.b. (b+a, b-c)
11.c. (a-b, b+c)
11.d. (b-a, b-c)
11.e. (a-b, b-c)
11.f. (a-b, c-b)
11.g.